

## コンクリート舗装の Westergaard自由縁部載荷プログラムの再構築

坪川将丈\*

### 要　　旨

Westergaard, Pickett及びRayによる研究成果を基に、1977年に福手が構築したコンクリート舗装のたわみ・応力を算出するWestergaard自由縁部載荷プログラムについて、楕円形荷重だけではなく、円形荷重と矩形荷重についても解析可能とすべく、Visual Basic for Applicationsにより再構築した。

本研究におけるプログラムの再構築では、効率的な荷重スキャン方法及び数値積分方法について検討し、円形荷重・楕円形荷重・矩形荷重に対する解析が可能となるよう改良した。また、再構築したプログラムを使用し、航空機脚荷重により発生する自由縁部応力の傾向について解析を行い、その結果を考察した。

キーワード：コンクリート舗装、たわみ、応力、Westergaard、Pickett and Ray

---

\* 空港研究部 空港新技術研究官

〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1 国土交通省国土技術政策総合研究所  
電話：046-844-5019, Fax：046-842-9265, E-mail：ysk.nil-46pr@gxb.mlit.go.jp

## **Reconstruction of Computer Program Based on Westergaard's Edge Loading Formulas for Rigid Pavement**

**TSUBOKAWA Yukitomo\***

### **Synopsis**

A computer program for calculating deflection and stress of rigid pavements, which was developed by Fukute in 1977 based on the research results of Westergaard, and Pickett and Ray, was reconstructed using Visual Basic for Applications to enable analysis of circular and rectangular loads as well as of elliptical loads.

In the restructuring of the program in this study, an efficient load scanning method and a numerical integration method were studied and the program was improved to enable analysis for circular, elliptical and rectangular loads. Using the reconstructed program, a tendency of the free edge stress caused by the aircraft landing gear loads was studied and the results were also discussed.

**Key Words:** rigid pavement, deflection, stress, Westergaard, Pickett and Ray

---

\* Research Coordinator for Advanced Airport Technology, Airport Department

National Institute for Land and Infrastructure Management, Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism  
3-1-1, Nagase, Yokosuka 239-0826, Japan  
Phone: +81-46-844-5019, Fax: +81-46-842-9265, E-mail: ysk-nil-46pr@gxb.mlit.go.jp

## 目 次

1.はじめに	1
2.旧プログラムの概要と新プログラムの再構築方針	4
2.1 基礎原理	4
2.2 旧プログラムの概要	9
2.3 新プログラムの再構築方針	10
3.新プログラムの詳細	11
3.1 円形荷重及び橋円形荷重に対する荷重スキャン方法	11
3.2 矩形荷重に対する荷重スキャン方法	13
3.3 荷重分割数の設定	15
3.4 数値積分の設定	16
3.5 まとめ	25
4.考察	26
4.1 旧プログラムによる解析結果との比較	26
4.2 有限要素法による解析結果との比較	29
4.3 脚荷重角度が自由縁部応力に及ぼす影響	31
4.4 自由縁部応力が最大となる脚荷重角度及び脚荷重シフト量	36
4.5 端部増厚に関する考察	45
5.結論	47
6.おわりに	47
参考文献	48



## 1. はじめに

コンクリート舗装の設計では、コンクリート版上に載荷される交通荷重により発生するコンクリート版下面の応力や版表面のたわみを算出することが必要となる。アスファルト舗装とは異なり、コンクリート版には目地が存在するため、コンクリート版間の荷重伝達のために目地に設置されているダウエルバーやタイバーを無視すれば、コンクリート版における交通荷重の載荷位置は図-1.1に示すように中央部、自由縁部、隅角部の3種類がある。また、コンクリート舗装の構造解析において、コンクリート版を支持する路盤以深の構造は、図-1.2に示すように、コンクリート版下に一様に分布した鉛直変位のみに応答する一次元バネでコンクリート版が支持されるWinkler基礎モデルと、コンクリート版下の一様な弾性体でコンクリート版が支持される弾性基礎モデルがある。本研究ではWinkler基礎モデルでの自由縁部載荷を扱う。

コンクリート版の応力・たわみの解析手法の研究成果として最も著名なのは、Harold Malcolm Westergaardが1920年代以降に提案したWinkler基礎モデルによる載荷公式<sup>1), 2), 3), 4), 5)</sup>である。Westergaardによる式、あるいは、Westergaardの研究成果を基に他の研究者が修正した式の詳細については、著者が過去に詳細な文献整理を実施しているので文献<sup>6)</sup>を参照頂きたい。

Westergaardによる式は単一の載荷重を想定した載荷公式であることから、航空機脚荷重のような隣接する複数の載荷重を考慮することはできない。そのため、PickettとRay<sup>7)</sup>はWestergaardの研究成果<sup>3), 5)</sup>を基に、複数の載荷重による応力・たわみを算出するための中央部載荷用及び自由縁部載荷用の影響図を作成した。福手<sup>8)</sup>は1977年に、これらの影響図の作成原理を基に中央部載荷プログラム及び自由縁部載荷プログラムを構築し、特に中央部載荷プログラムは我が国の空港コンクリート舗装の設計に長らく使用してきた。これらのプログラムはFortranにより記述されているが、今後のOSの更新等により実行exeファイルが動作しなくなる可能性がある。そのため著者は2024年に中央部載荷プログラムをVBA(Visual Basic for Applications)により再構築し、これまで考慮できなかった円形荷重や矩形荷重に対する応答も解析可能となるよう改良を行った<sup>9)</sup>。



図-1.1 コンクリート版における載荷位置の平面図

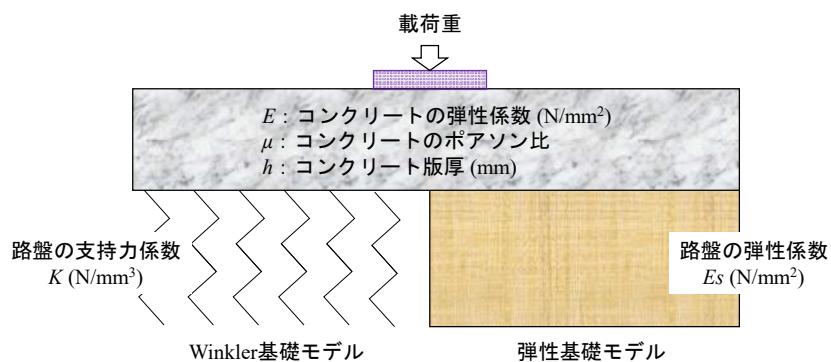
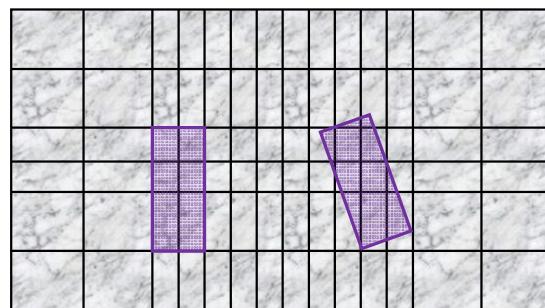


図-1.2 Winkler基礎モデルと弾性基礎モデル

一方、自由縁部載荷プログラム（以降では「旧プログラム」と称する）について、著者はVBAによる再構築を実施していなかった。これは、空港コンクリート舗装のほとんどの目地にはダウエルバーが設置されているため、自由縁部載荷状態を考慮することが非常に稀であり、我が国の空港コンクリート舗装の設計では中央部載荷による応力を採用していることが大きな理由であった。しかし、旧プログラムにより福手<sup>8)</sup>が試算して示したように、自由縁部応力は設計で採用されている中央部応力よりも大きく、航空機脚荷重による自由縁部応力の傾向を詳細に把握することは、今後の空港コンクリート舗装の設計法の研究において重要な要素である。運輸省航空局による1971年の「空港コンクリート舗装構造設計要領」の制定以前である1960年代に実施された各国の空港コンクリート舗装設計法に関する調査結果<sup>10)</sup>によると、米国連邦航空局（FAA）と米国ボルトランドセメント協会（PCA）の設計法では中央部応力が、米国陸軍工兵隊（CE）の設計法では自由縁部応力が採用されていた。現在のFAAの設計法<sup>11)</sup>では「多層弹性解析により算出された中央部応力に、コンクリート版の寸法が（多層弹性解析で想定したように）無限ではないことを考慮する応力低減係数0.95を乗じた応力」と「三次元有限要素解析により算出された自由縁部応力に、目地に設置されるダウエルバー等による荷重伝達装置による効果を考慮する応力低減係数0.75を乗じた応力」の大きい方が採用されている。

Winkler基礎モデルによるコンクリート版の応答解析は有限要素法により解析することも可能である。しかしながら有限要素法の場合は、図-1.3のような自由縁部に対して角度を有する脚荷重を設定することが困難である。一方、旧プログラムでは、このような載荷重を容易に設定することができる非常に簡便な解析手法である。

以上のことから、旧プログラムをVBAにより再構築することとした。再構築したプログラムを以降では「新プログラム」と称する。本研究の成果である本資料は、新プログラムの今後の保守・改良を意識し、新プログラムにおける処理方法の詳細を記録することを大きな目的として執筆した。そのため2章及び3章は新プログラムの内部処理に关心のある読者向けの内容である。なお、本研究では表-1.1に示す用語を用いている。



左のようにメッシュ格子に合わせた載荷重の設定は容易だが  
右のように角度を有する載荷重の設定が困難  
(節点毎に設定すべき力を手動で計算して設定することは可能)

図-1.3 有限要素解析における載荷重設定例

表-1.1 本研究で使用する用語

用語	解説
旧プログラム	1977 年に福手が構築した Westergaard 自由縁部載荷公式に基づく解析プログラム.
新プログラム	本研究を基に、旧プログラムを VBA で再構築した解析プログラム.
荷重スキャン	図-3.1 のように解析対象の載荷重を分割荷重に分け、図-3.2 のように分割荷重の四隅の座標から、細分化矩形荷重の四隅の座標を整理する処理.
分割荷重	図-3.1 のように、解析対象の載荷重を、 $x$ 軸に平行な 2 本の直線で $y$ 方向に分割した荷重.
細分化矩形荷重	図-3.2 のように、分割荷重の四隅の $x$ 座標を調整し矩形とした荷重.
加減分解荷重	図-2.5 のように、1 つの細分化矩形荷重による応答を算出する際に必要となる加算応答値用及び減算応答値用の矩形荷重.
入力位置	図-2.10 のように、解析対象とする複数の載荷重のうち 1 つの載荷重の中心座標を原点とし、かつ、楕円形荷重の場合は長軸と短軸、矩形荷重の場合は 4 辺が、 $x$ 軸及び $y$ 軸に正対するとして入力した脚荷重の位置.
角度反映位置	図-2.10 のように、入力位置の脚荷重を、原点を中心として脚荷重角度だけ反時計回りに回転させた位置.
基本位置	図-2.10 のように、角度反映位置の脚荷重を、中心座標が原点である載荷重の下端が $x$ 軸に接するよう $y$ 座標を調整した脚荷重の位置.
シフト量反映位置	図-2.10 のように、基本位置の脚荷重を、脚荷重シフト量だけ移動させた位置.
脚荷重角度	図-2.10 のように、入力位置の脚荷重を、原点を中心として反時計回りに回転させる角度.
脚荷重シフト量	図-2.10 のように、基本位置の脚荷重を、 $x$ 方向と $y$ 方向に移動させるための移動量.

## 2. 旧プログラムの概要と新プログラムの再構築方針

2章では旧プログラムの概要と新プログラムの再構築方針を記す。

## 2.1 基礎原理

旧プログラムの基礎原理である Pickett と Ray が作成した影響図<sup>7)</sup>の概念図を図-2.1 に示す。この影響図は原点のコンクリート版表面に発生する鉛直方向のたわみ、原点のコンクリート版下面に発生する  $x$  方向の曲げモーメント（この曲げモーメントに  $6/h^2$  を乗じることで  $x$  方向応力、すなわち、自由縁部応力となる）を算出する用途で示された図である。具体的な使用方法は、コンクリート版厚、コンクリートの弾性係数とポアソン比、路盤の支持力係数から式-2.1 によりコンクリート舗装の剛比半径を算出し、影響図内に掲載されている剛比半径の長さを基準として載荷重の寸法と位置を影響図に描画し、載荷重内に含まれるブロック数を数え、このブロック数に係数を乗じることで原点のたわみと  $x$  方向曲げモーメントを算出する。そのため、載荷重の個数や形状、自由縁部に対する載荷重の角度に依らずコンクリート舗装の応答値を算出可能な方法であることが特徴である。

二〇八

*l* : 剛比半徑 (mm)

$E$  : コンクリートの弾性係数 (N/mm<sup>2</sup>)

*h* : コンクリート版厚 (mm)

$\mu$  : コンクリートのポアソン比

$K$  : 路盤の支持力係数 (N/mm<sup>3</sup>)

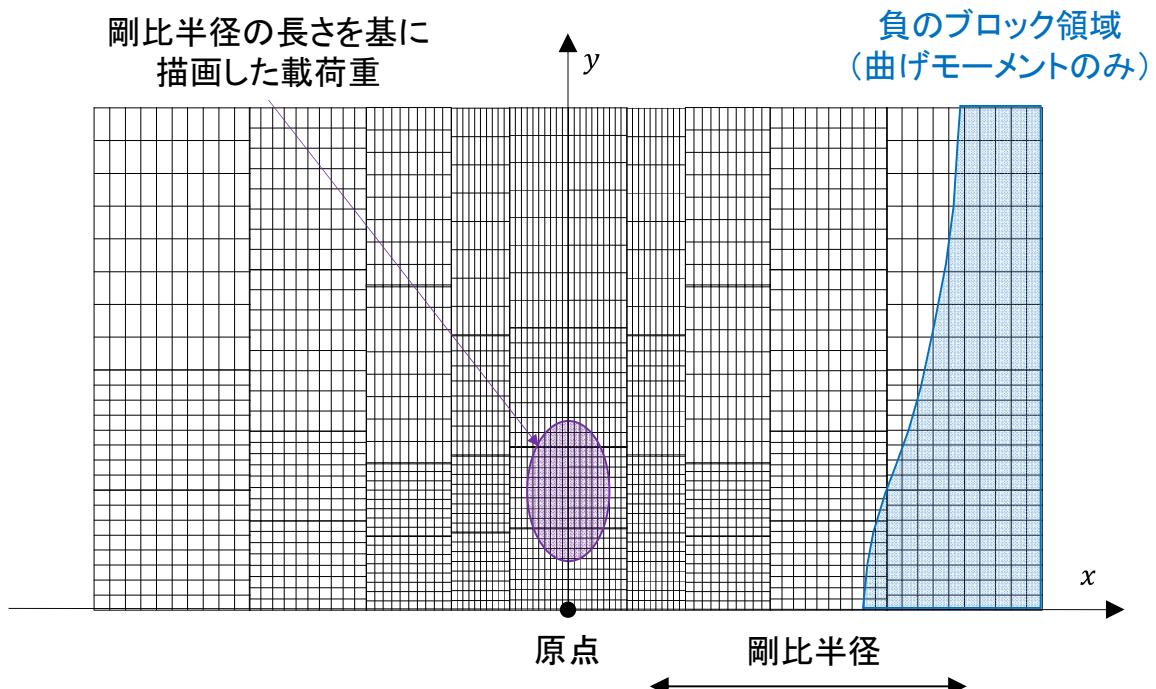


図-2.1 Pickett と Ray による自由縁部載荷用の影響図の概念図  
(概念図であるので、ブロック寸法と剛比半径の長さの比は正確ではない)

Pickett と Ray による自由縁部載荷用の影響図は、座標に応じてブロック面積が変化しており、一つ一つのブロックが全て同値の原点のたわみ・原点の  $x$  方向曲げモーメントとなるように描画されている。以下に影響図の特徴を記す。

- 中央部載荷用の影響図<sup>7)</sup>とは異なり、自由縁部載荷用の影響図は  $y$  座標が正の範囲にのみブロックが配置されており、この範囲がコンクリート版上を意味している。そのため、 $y$  座標が 0 の位置はコンクリート版の自由縁部の位置であるので、図-2.1 に示した載荷のイメージは図-2.2 のようなものである。
- 影響図のブロックは左右対称に配置されている。そのため、載荷重の中心座標を  $(x, y) = (x_0, y_0)$  とした場合と  $(x, y) = (-x_0, y_0)$  とした場合の原点のたわみ・原点の  $x$  方向曲げモーメントは同値となる。
- 図-2.1 の概念図に記載したように、曲げモーメント用影響図では、原点付近には正のブロック (Positive Blocks) が、原点から遠く離れた位置には負のブロック (Negative Blocks) が配置されている。そのため、原点から遠く離れた位置の載荷重により原点に発生する  $x$  方向曲げモーメントは負のモーメントになる。

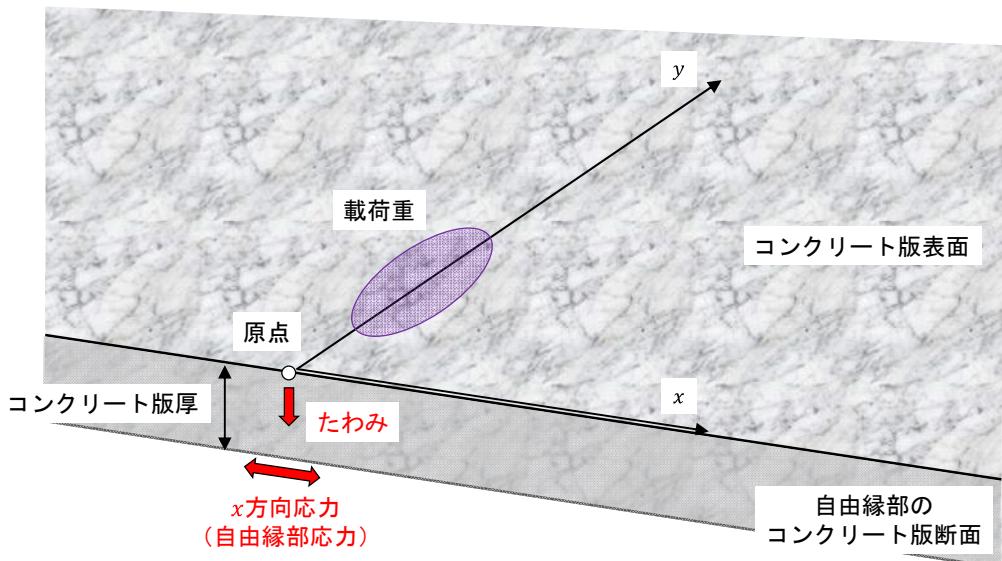


図-2.2 図-2.1 に示した自由縁部載荷の概念図

この影響図は具体的には式-2.2～式-2.5 により作成されている。 $Fw(\alpha)$  と  $Fm(\alpha)$  は、ほぼ同じ形の式であり、分子で  $SW$  及び  $TW$  を用いるか  $S$  及び  $T$  を用いるかの違いのみである。また荷重条件である  $A$  及び  $B$ 、舗装構造条件である剛比半径  $l$  以外の  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $SW$ 、 $TW$ 、 $S$ 、 $T$  は、3.4 で詳述する数値積分の変数  $\alpha$  及びコンクリートのポアソン比  $\mu$  から計算される変数である。

#### 自由縁部載荷における原点のたわみ

$$w(A, B) = \frac{2 \cdot q}{\pi \cdot K} \int_0^{\infty} Fw(\alpha) d\alpha \quad \dots \dots \quad \text{式-2.2}$$

$$Fw(\alpha) = \frac{\gamma^2 \cdot [SW \cdot \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}} \right\} + TW \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}}] \cdot \sin\left(\frac{\alpha \cdot A}{l}\right)}{\alpha \cdot (\gamma^2 + \beta^2) \cdot [1 + 4 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \gamma^2 - (1 - \mu)^2 \cdot \alpha^4]} \quad \dots \dots \quad \text{式-2.3}$$

自由縁部載荷における原点の $x$ 方向曲げモーメント

$$M(A, B) = \frac{2 \cdot q \cdot l^2}{\pi} \int_0^\infty Fm(\alpha) d\alpha \quad \dots \dots \quad \text{式-2.4}$$

$$Fm(\alpha) = \frac{\gamma^2 \cdot \left[ S \cdot \left\{ 1 - \cos \left( \frac{\beta \cdot B}{l} \right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}} \right\} + T \cdot \sin \left( \frac{\beta \cdot B}{l} \right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}} \right] \cdot \sin \left( \frac{\alpha \cdot A}{l} \right)}{\alpha \cdot (\gamma^2 + \beta^2) \cdot [1 + 4 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \gamma^2 - (1 - \mu)^2 \cdot \alpha^4]} \quad \dots \dots \quad \text{式-2.5}$$

ここで、

$w(A, B)$  : 図-2.3 の寸法の矩形荷重による原点のたわみ (mm)

$q$  : 載荷重の接地圧 (N/mm<sup>2</sup>)

$\pi$  : 円周率

$K$  : 路盤の支持力係数 (N/mm<sup>3</sup>)

$\alpha$  : 変数

$$\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4} - \alpha^2}{2}}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4} + \alpha^2}{2}}$$

$$SW = 1 + 2 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2$$

$$TW = 2 \cdot \beta^2 - (1 - \mu) \cdot \alpha^2$$

$l$  : 剛比半径 (mm)

$\mu$  : コンクリートのポアソン比

$A$  : 図-2.3 に示す矩形荷重の幅 (mm)

$B$  : 図-2.3 に示す矩形荷重の高さ (mm)

$M(A, B)$  : 図-2.3 の寸法の矩形荷重による原点の $x$ 方向曲げモーメント (N · mm/mm)

$$S = (1 - \mu^2) \cdot \alpha^2 \cdot \{1 + 2 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2\}$$

$$T = (1 - \mu^2) \cdot \alpha^2 \cdot \{2 \cdot \beta^2 - (1 - \mu) \cdot \alpha^2\}$$

※ $T$ の定義は、Pickett と Ray の文献<sup>7)</sup>と福手の文献<sup>8)</sup>で符号が逆であるが、

本稿では福手の文献と同じ定義とした。式-2.5 の $T$ の符号も同様である。

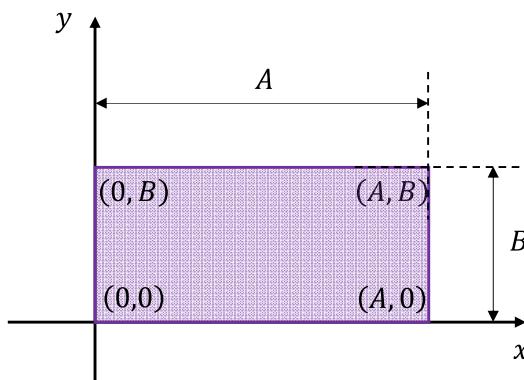


図-2.3 式-2.2～式-2.5 で想定している幅 $A$ 、高さ $B$ の矩形荷重

式-2.2～式-2.5は、図-2.3のように矩形荷重の四隅の座標の1つが原点、1つが正のx軸上、1つが正のy軸上、1つが第一象限にある幅A、高さBの矩形荷重により、原点に発生する応答値（たわみとx方向曲げモーメント）を算出する式である。プログラム利用者が設定した荷重条件による応答値を算出するためには、以下の処理が必要となる。

- 例えは図-2.4のような曲線を有する荷重や角度を有する荷重による応答値を算出する場合には、x軸及びy軸に正対する矩形荷重に細分化することが必要となる。以降では、この載荷重の細分化処理を「荷重スキャン」、細分化した荷重を「細分化矩形荷重」と称する。
- 荷重スキャンにより得られた多数の細分化矩形荷重は図-2.3のように「四隅の座標の1つが原点、1つが正のx軸上、1つが正のy軸上、1つが第一象限にある」という条件を満たさないことがほとんどであるため、通常は図-2.5のように4つの矩形荷重による応答値をそれぞれ算出し、このうち2つの矩形荷重による応答値を加算、残りの2つの矩形荷重による応答値を減算する処理が必要となる。以降では、細分化矩形荷重による応答値を算出するため必要となる加算応答値用及び減算応答値用の矩形荷重を「加減分解荷重」と称する。加減分解荷重は細分化矩形荷重の四隅の座標により図-2.6のように2つの場合もある。
- 細分化矩形荷重の一部あるいは全部が第二象限にある場合、そのままでは式-2.2～式-2.5に適用することができないため、図-2.7のように、その一部あるいは全部を、y軸を中心として回転させることにより第一象限にある荷重とみなして応答を算出する。

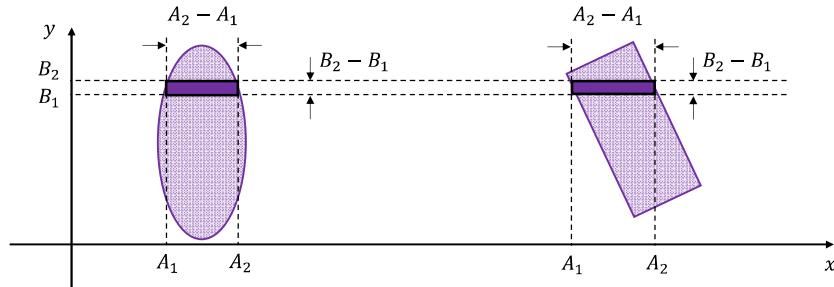


図-2.4 荷重スキャンによる細分化矩形荷重

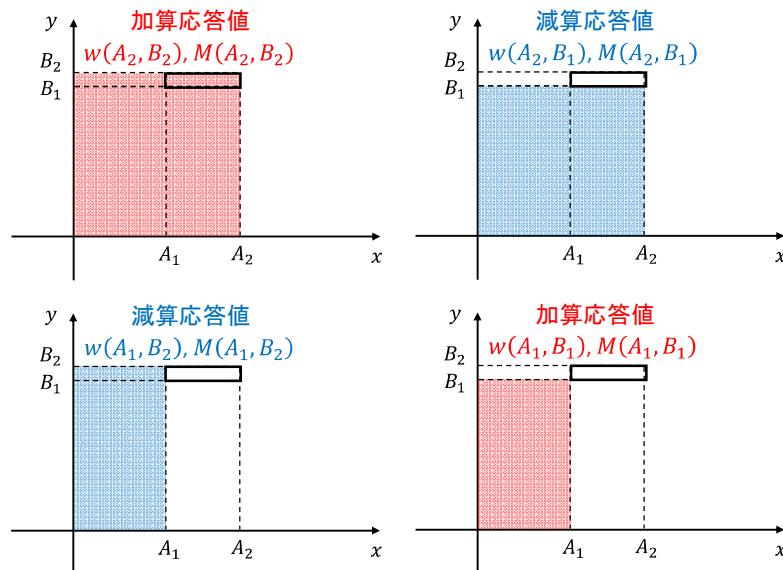


図-2.5 図-2.4に示す細分化矩形荷重に対応する加減分解荷重

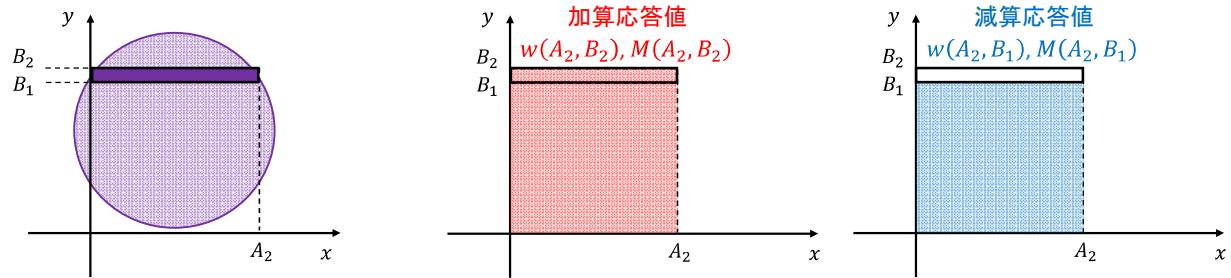


図-2.6 加減分解荷重が 2 つの場合

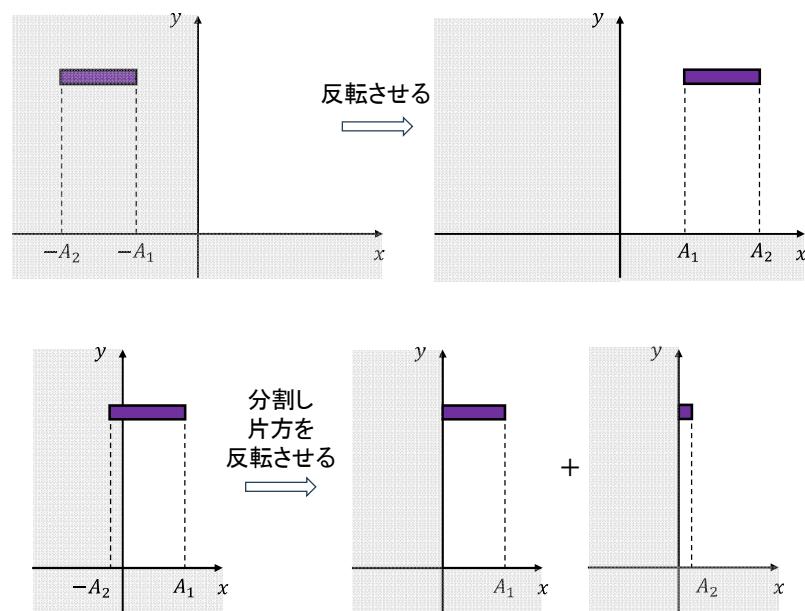


図-2.7 第二象限の細分化矩形荷重の処理

## 2.2 旧プログラムの概要

福手は1977年に式-2.2～式-2.5を基にしたWestergaard自由縁部載荷の旧プログラムを構築した<sup>8)</sup>。著者は旧プログラムの実行exeファイル及びソースコードを所持していないが、福手が同時に構築した中央部載荷プログラム及び文献<sup>8)</sup>を参考とすれば、以下のような仕様であったと推察される。

- ・ 中央部載荷プログラムと同様に、同一の寸法・接地圧の載荷重を複数考慮することが可能である。載荷重は楕円形荷重のみを対象とし、入力した載荷重の接地面積から図-2.8のとおり短半径及び長半径が自動で設定される。この楕円形荷重の寸法はBoeing社が示している楕円形荷重に近い寸法である<sup>9)</sup>。
- ・ 載荷重に関する入力条件は、載荷重の中心座標（x座標とy座標）、接地圧、接地面積、輪数と、図-2.9に示す脚荷重角度及び脚荷重シフト量である。
- ・ コンクリート舗装構造に関する入力条件は、コンクリート版厚、コンクリートの弾性係数とポアソン比、路盤の支持力係数である。

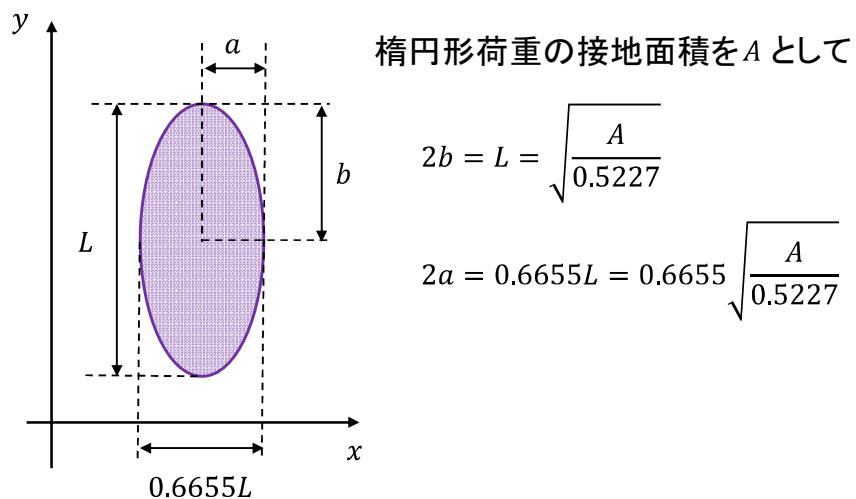


図-2.8 旧プログラムで設定される楕円形荷重の寸法

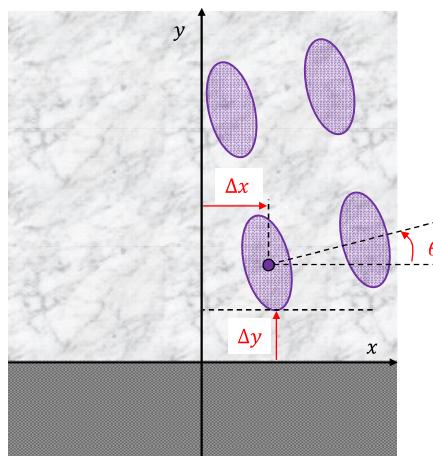


図-2.9 旧プログラムにおける脚荷重角度 $\theta$ と脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$

## 2.3 新プログラムの再構築方針

前述のとおり旧プログラムは、Westergaardによる研究成果を基にPickettとRayが発展させた式-2.2～式-2.5を基礎とした比較的簡便な解析方法であり、解析に要する時間は構築当時の電子計算機において約9秒<sup>8)</sup>と短い。また、有限要素解析のようにメッシュ寸法の影響を受けないこと、図-2.9のような角度を有する載荷重の設定が容易であることから、利便性が非常に高い。しかしながら、以下の課題があると考えている。

- ・ 旧プログラムは図-2.8に示す楕円形荷重のみを対象としているため、楕円形荷重の短半径と超半径を自由に設定できない。また、一般的な舗装構造解析手法である多層弾性解析及び有限要素解析で用いられる円形荷重及び矩形荷重を設定することができない。
- ・ 旧プログラムの脚荷重角度及び脚荷重シフト量は文献<sup>8)</sup>において図-2.9となっているが、プログラム利用者が入力した載荷重の座標に対して、脚荷重角度による回転と、脚荷重シフト量による平行移動のどちらを先に適用しているのかが明確ではない。また、脚荷重角度による回転は、原点を中心とした回転なのか、いずれかの載荷重中心を中心とした回転なのかも明確ではない。

以上の課題を念頭に、以下の方針により新プログラムの再構築を行うこととした。著者が過去に再構築した中央部載荷プログラム<sup>9)</sup>と同様に、PC環境やコンパイラに依存せずにMicrosoft ExcelがインストールされているPCで動作するようにVBAで再構築を行う。

- ・ 接地面積から短半径と長半径が自動設定される楕円形荷重のほか、円形荷重、矩形荷重、寸法自由入力の楕円形荷重を考慮できるようにする。
- ・ 新プログラムでは、条件入力を容易にすること、条件の誤入力を避けることを念頭に、図-2.10に示す「入力位置」「角度反映位置」「基本位置」及び「シフト量反映位置」を定義し、脚荷重角度及び脚荷重シフト量の定義を明確にする。それぞれの詳細は以下のとおりである。
  - 「入力位置」とは、プログラム利用者が入力する脚荷重座標であり、脚荷重を構成する複数の載荷重のうち、いずれか一つの載荷重の中心を原点とする。
  - 「角度反映位置」とは、入力位置の脚荷重座標に対して、プログラム利用者が設定した脚荷重角度だけ原点を中心反時計周りに回転させた状態である。
  - 「基本位置」とは、角度反映位置の脚荷重座標に対して、原点載荷重の下端がx軸に接するようにy方向に平行移動させた状態であり、この調整はプログラムが自動で行うこととする。なお、角度を有する楕円形荷重及び矩形荷重の場合、原点載荷重の下端とx軸との接点は原点とはならない。
  - 「シフト量反映位置」とは、基本位置の脚荷重座標に対して、プログラム利用者が設定した脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ だけ平行移動させた状態であり、プログラムはこの状態の解析を行う。つまり、脚荷重シフト量は入力位置や角度反映位置からの平行移動量ではなく、基本位置からの平行移動量として定義する。

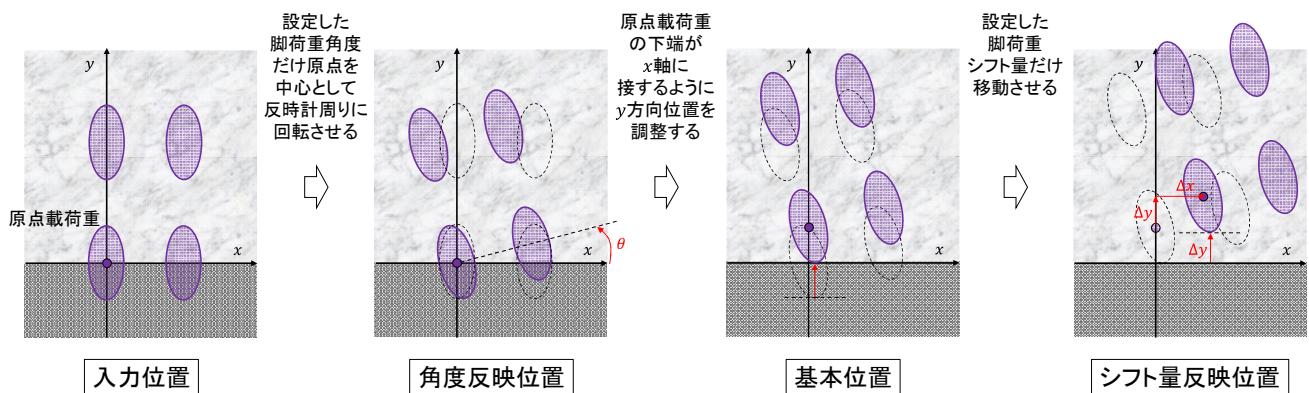


図-2.10 新プログラムで定義する入力位置、角度反映位置、基本位置、シフト量反映位置

### 3. 新プログラムの詳細

3章では新プログラムにおける処理方法の詳細を記す。

#### 3.1 円形荷重及び橢円形荷重に対する荷重スキャン方法

荷重スキャンについては、例えば図-2.10の入力位置のようにプログラム利用者が入力したそれぞれの載荷重の座標において処理を行うのではなく、便宜上、全ての載荷重の中心を原点に移動させて処理することとした。これは、脚荷重角度だけ反時計回りに回転させた載荷重の荷重スキャンを想定すると、載荷重の中心を常に原点とする方が荷重スキャンは容易なためである。なお、必要な処理を終えた後は、本来の座標に戻す処理を行う。

載荷重中心が原点であり、脚荷重角度が0度の場合の円形荷重及び橢円形荷重は式-3.1の1の方程式で表すことが可能なため、後述する矩形荷重よりも荷重スキャンは容易である。円形荷重は橢円形荷重の一種に過ぎないため、以降は橢円形荷重について記す。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.1}$$

ここで、

- $x$  : 橢円縁の $x$ 座標 (mm)
- $y$  : 橢円縁の $y$ 座標 (mm)
- $a$  : 橢円の短半径 ( $x$ 方向) (mm)
- $b$  : 橢円の長半径 ( $y$ 方向) (mm)

式-3.1で表される橢円形荷重は、橢円の短軸と長軸がそれぞれ $x$ 方向、 $y$ 方向であるが、この橢円形荷重を、原点を中心として脚荷重角度 $\theta$ だけ反時計回りに回転させた場合は式-3.2で表すことができる。

$$A \cdot x^2 + 2 \cdot B \cdot y \cdot x + C \cdot y^2 = 1 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.2}$$

ここで、

- $x$  : 橢円縁の $x$ 座標 (mm)
- $y$  : 橢円縁の $y$ 座標 (mm)
- $A = \frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2}$
- $B = \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$
- $C = \frac{\sin^2 \theta}{a^2} + \frac{\cos^2 \theta}{b^2}$

式-3.2で表される橢円形荷重の $y$ 座標の最小値は $-\sqrt{A/(A \cdot C - B^2)}$ 、最大値は $\sqrt{A/(A \cdot C - B^2)}$ であるから、この高さ $2\sqrt{A/(A \cdot C - B^2)}$ の橢円形荷重を $y$ 方向に $N$ 分割した載荷重は図-3.1のように整理される。この分割した荷重は台形や平行四辺形に近い形状であることが多く、以降では「分割荷重」と称する。なお、分割荷重の四隅の座標は、荷重スキャンを容易するために載荷重の中心が原点となるよう平行移動させた場合の座標であるから、必要な処理を終えた後は本来の位置、つまり図-2.10のシフト量反映位置の座標に戻すことが必要となる。その結果、分割荷重の上端の $y$ 座標が負となった分割荷重については、コンクリート版上に存在しない荷重となるため解析対象外として扱われる。同様に、分割荷重の下端の $y$ 座標が負、上端の $y$ 座標が正の場合は、その分割荷重の $y$ 座標が正の部分のみが解析対象として扱われる。

分割荷重は台形や平行四辺形に近い形状であることが多いため、図-3.2 のように分割荷重の四隅の座標を用いて細分化矩形荷重の四隅の座標を式-3.3～式-3.6 のとおり整理する。次に、細分化矩形荷重の四隅の座標から図-2.5 のように加減分解荷重を設定して式-2.2～式-2.5 により応答を算出し合算すると、この細分化矩形荷重による応答が算出される。最後に、全ての細分化矩形荷重の応答を合算すると、この載荷重による応答が算出される。分割数Nの設定については3.3で検討する。

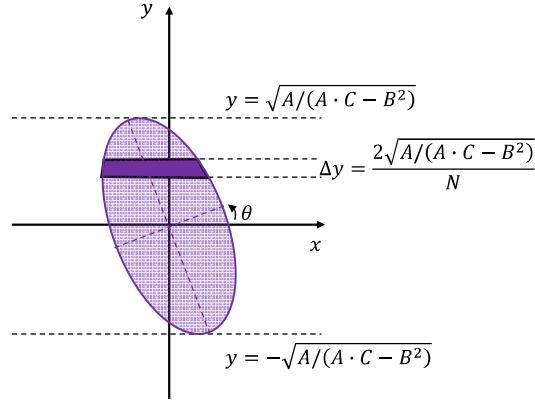


図-3.1 式-3.2 の楕円形荷重に対する荷重スキャンと分割荷重

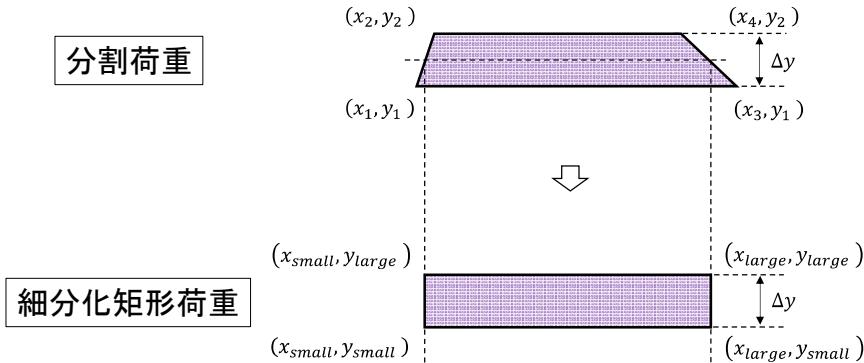


図-3.2 分割荷重から細分化矩形荷重への変換

$$x_{small} = (x_1 + x_2)/2 \quad \dots \dots \dots \text{式-3.3}$$

$$x_{large} = (x_3 + x_4)/2 \quad \dots \dots \dots \text{式-3.4}$$

$$y_{small} = y_1 \quad \dots \dots \dots \text{式-3.5}$$

$$y_{large} = y_2 \quad \dots \dots \dots \text{式-3.6}$$

ここで、

$x_1, x_2$  : 図-3.2 のような分割荷重の左側のx座標 (mm)

$x_3, x_4$  : 図-3.2 のように分割荷重の右側のx座標 (mm)

$y_1$  : 図-3.2 のように分割荷重の下端のy座標 (mm)

$y_2$  : 図-3.2 のように分割荷重の上端のy座標 (mm)

$x_{small}, x_{large}$  : 図-3.2 の細分化矩形荷重の左端と右端のx座標 (mm)

$y_{small}, y_{large}$  : 図-3.2 の細分化矩形荷重の下端と上端のy座標 (mm)

### 3.2 矩形荷重に対する荷重スキャン方法

再構築方針に示したとおり、旧プログラムでは橢円形荷重のみを対象としていたが、新プログラムでは円形荷重と矩形荷重についても対象に追加することとした。本節では矩形荷重に対する荷重スキャン方法を整理する。なお、円形荷重及び橢円形荷重と同様に、プログラム利用者が入力した載荷重の座標において荷重スキャンを行うのではなく、便宜上、全ての載荷重の中心を原点に移動させて処理を行う。

載荷重中心が原点であり、脚荷重角度が 0 度の場合の矩形荷重は式-3.7～式-3.10 及び図-3.3 のように 4 本の直線で表すことができる。このように脚荷重角度が 90 度の整数倍の場合には、矩形荷重は  $x$  軸及び  $y$  軸に正対しているため荷重スキャンは不要である。そのため、プログラム利用者が入力した矩形荷重の四隅の座標から（細分化矩形荷重ではなく）加減分解荷重の座標を整理した後、式-2.2～式-2.5 により応答を算出し合算することで矩形荷重による応答が得られる。

$$x = -W/2 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.7}$$

$$x = W/2 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.8}$$

$$y = -H/2 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.9}$$

$$y = H/2 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.10}$$

ここで、

$x$  : 矩形縁の  $x$  座標 (mm)

$y$  : 矩形縁の  $y$  座標 (mm)

$W$  : 矩形荷重の幅 (mm)

$H$  : 矩形荷重の高さ (mm)

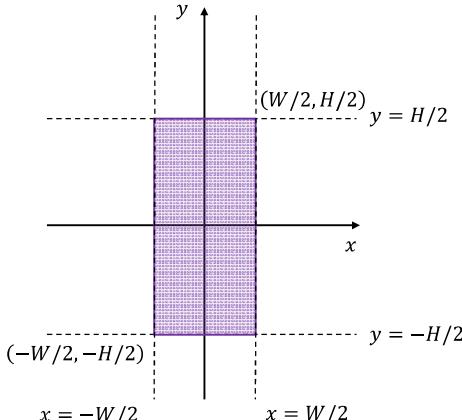


図-3.3 脚荷重角度が 0 度である矩形荷重

一方、図-3.3 に示した矩形荷重を、原点を中心として脚荷重角度  $\theta$ だけ反時計回りに回転させた場合は式-3.11～式-3.14 及び図-3.4 のように 4 本の直線で表すことができる。この場合は矩形荷重が  $x$  軸及び  $y$  軸に正対していないため、荷重スキャンが必要となる。円形荷重及び橢円形荷重の荷重スキャン方法と同様に、この矩形荷重を  $y$  方向に  $N$  分割した分割荷重は図-3.5 のように整理される。ここで、分割荷重の下端の  $y$  座標を  $y_1$  とすると、これに対応する分割荷重の  $x$  座標は、図-3.6 に示すように  $y = y_1$  と式-3.11～式-3.14 の 4 本の直線との 4 つの交点の  $x$  座標のいずれか 2 つとなる。この判定には、中央部載荷プログラムで整理した矩形荷重に対する荷重スキャン方法<sup>9)</sup>と同様の規則性があり、機械的に算出した 4 つの交点の  $x$  座標を大小順に並べた際の 2 番目と 3 番目の  $x$  座標を採用すればよい。なお、分割荷重の四隅の座標は、荷重スキャンを容易するために載荷重の中心を原点とした場合の座標であるから、図-2.10 シフト量反映位置の座標に戻すことが必要となるが、その結果、 $y$  座標が負となった分割荷重については、コンクリート版上に存在しない荷重となるため解析対象外として扱われる。

分割荷重は台形や平行四辺形であることが多い。そのため、円形荷重及び橢円形荷重と同様に、図-3.2 のように分割荷重の四隅の座標を用いて細分化矩形荷重の四隅の座標を式-3.3～式-3.6 のとおり整理する。次に、細分化矩形荷重の四隅の座標から加減分解荷重を設定して式-2.2～式-2.5 により加減分解荷重の応答を算出し合算すると、この細分化矩形荷重による応答が算出される。最後に、全ての細分化矩形荷重の応答を合算すると、この載荷重による応答が算出される。分割数Nの設定については3.3で検討する。

$$y = \tan\theta \cdot (x - X_1) + Y_1 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.11}$$

$$y = -\frac{1}{\tan\theta} \cdot (x - X_1) + Y_1 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.12}$$

$$y = \tan\theta \cdot (x - X_3) + Y_3 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.13}$$

$$y = -\frac{1}{\tan\theta} \cdot (x - X_3) + Y_3 \quad \dots \dots \quad \text{式-3.14}$$

ここで、

$x, y$  : 矩形縁の $x$ 座標及び $y$ 座標

$\theta$  : 脚荷重角度 (rad)

$X_1, Y_1$  : 図-3.3 の第一象限の( $W/2, H/2$ )を $\theta$ だけ反時計回りに回転させた点の $x$ 座標及び $y$ 座標

$X_3, Y_3$  : 図-3.3 の第三象限の( $-W/2, -H/2$ )を $\theta$ だけ反時計回りに回転させた点の $x$ 座標及び $y$ 座標

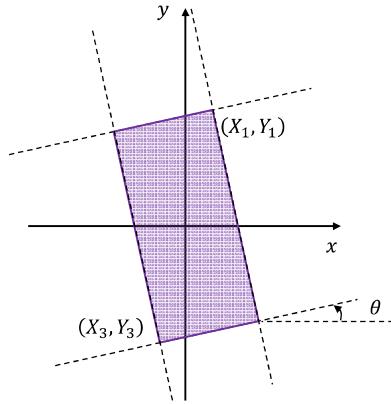


図-3.4 脚荷重角度が $\theta$ の矩形荷重

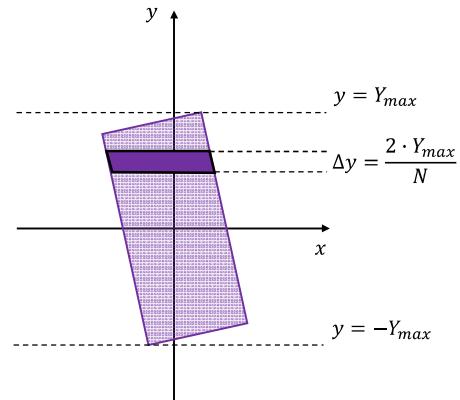


図-3.5 図-3.4 の矩形荷重に対する荷重スキャンと分割荷重

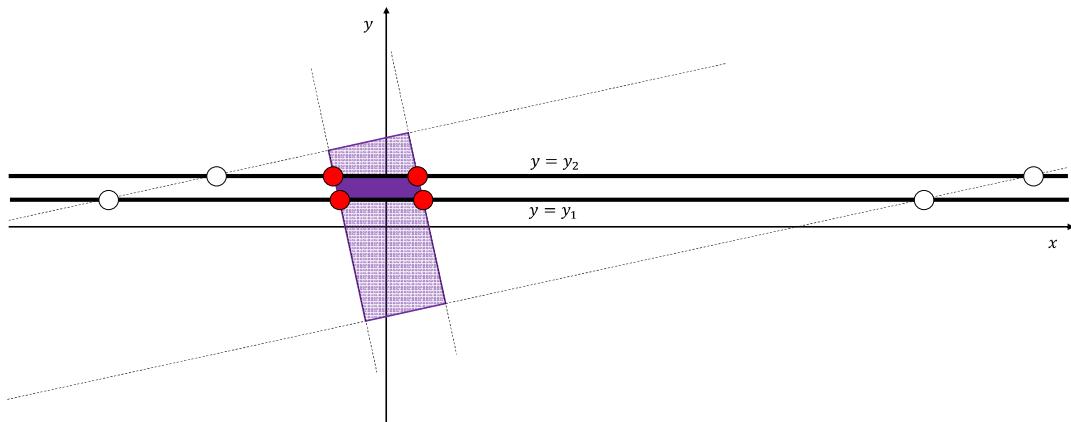


図-3.6 分割荷重の $x$ 座標として採用される交点（赤丸）と採用されない交点（白丸）

### 3.3 荷重分割数の設定

3.1 及び 3.2 に示した荷重スキャン方法により細分化矩形荷重の四隅の座標を整理するためには、載荷重をy方向に細分化する際の荷重分割数を設定する必要がある。当然、この荷重分割数を多くすると精度が高くなるが、解析に時間を要することとなる。旧プログラムでの設定は不明であるため、本節では、数種類の載荷重に対して荷重分割数を 50～1,000 とした試計算を実施し、その結果を基に荷重分割数を設定することとした。

試計算に使用した載荷重条件を表-3.1 に、舗装構造条件を表-3.2 に示す。荷重分割数を最大の 1,000 とした場合に原点に発生する自由縁部応力を真値として扱い、この真値との誤差により精度を評価することとした。なお 3.2 で述べたように、矩形荷重の脚荷重角度が 90 度の整数倍の場合には荷重スキャンが不要であり、ここで検討する荷重分割数は無関係となることから、矩形荷重による検討の場合は 0 度に変えて 1 度、90 度に変えて 89 度を用いた。

高さ 200mm、幅 100mm の楕円形荷重及び矩形荷重による自由縁部応力の誤差を脚荷重角度別に示したのが図-3.7 である。楕円形荷重の場合は脚荷重角度が誤差に及ぼす影響は小さいが、矩形荷重の場合は脚荷重角度の影響が大きく、脚荷重角度が 1 度や 89 度の場合で誤差が大きくなる。また、荷重分割数が多くなると誤差は小さくなり、100 分割することにより非常に小さな 0.1% 程度の誤差となっているが、100 分割とした場合でも解析時間は非常に短いことから、新プログラムにおける分割数としては、さらに誤差が小さくなる 200 分割を採用することとした。なお、寸法を 10 倍とした高さ 1,000mm、幅 500mm の楕円形荷重及び矩形荷重に対する試計算も実施したが、ほぼ同様の傾向であった。

表-3.1 荷重分割数の検討に用いた載荷重条件

載荷重 形状	載荷重 中心座標	脚荷重角度 ( ) は矩形の場合	入力位置 における 載荷重の高さ	入力位置 における 載荷重の幅	分割数N
楕円形 1 輪 矩形 1 輪	図-2.10 の 基本位置	0 度 (1 度)	200mm	100mm	50
		30 度			100
		60 度			200
		90 度 (89 度)			500
					1,000

表-3.2 荷重分割数の検討に用いた舗装構造条件

項目	設定値
コンクリートの弾性係数 (N/mm <sup>2</sup> )	34,000
コンクリートのポアソン比	0.15
コンクリート版厚 (mm)	420
路盤の支持力係数 (MN/m <sup>3</sup> )	70

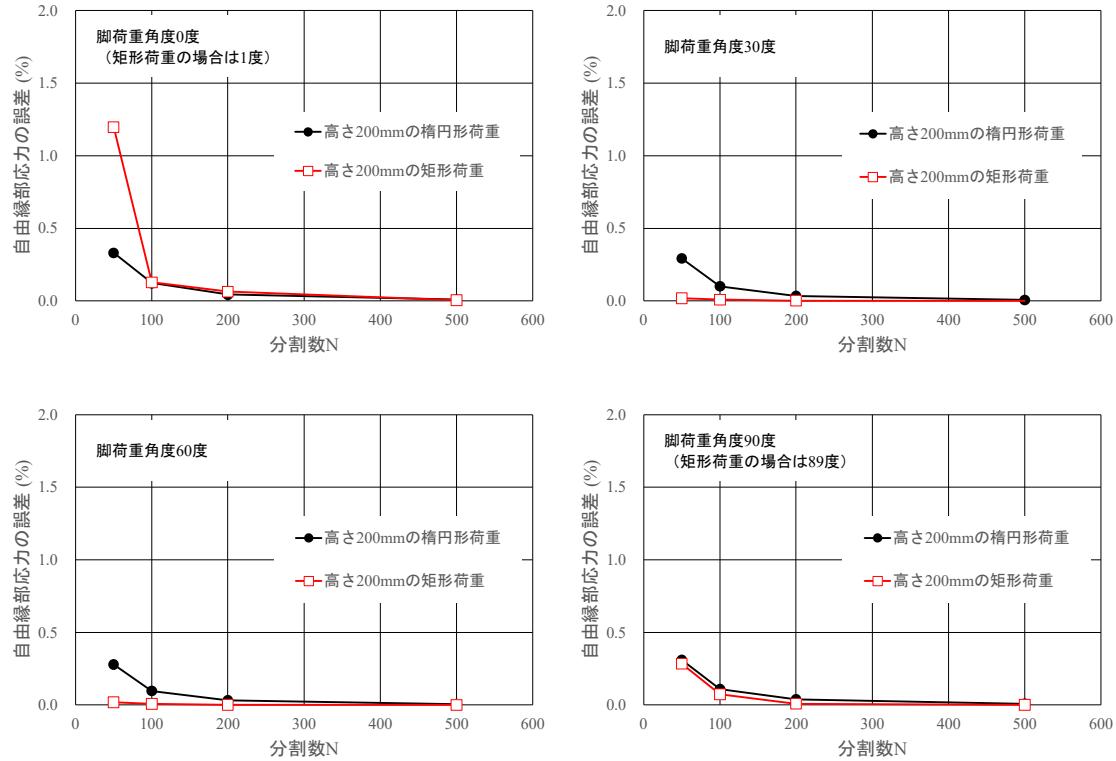


図-3.7 高さ 200mm の楕円形荷重及び矩形荷重による自由縁部応力の誤差

### 3.4 数値積分の設定

3.1 及び 3.2 に示した荷重スキャン方法により細分化矩形荷重の四隅の座標が整理された後は、式-2.2～式-2.5 を用い、それぞれの細分化矩形荷重に対応した加減分解荷重により原点に発生する応答値を算出し、最後に合算すればよい。その応答値の算出では数値積分を行う必要があるため、本節では、たわみの算出に使用する被積分関数  $Fw(\alpha)$  及び曲げモーメントの算出に使用する被積分関数  $Fm(\alpha)$  の傾向を整理し、数値積分方法について検討することとした。

$$Fw(\alpha) = \frac{\gamma^2 \cdot [SW \cdot \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}} \right\} + TW \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}}] \cdot \sin\left(\frac{\alpha \cdot A}{l}\right)}{\alpha \cdot (\gamma^2 + \beta^2) \cdot [1 + 4 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \gamma^2 - (1 - \mu)^2 \cdot \alpha^4]} \quad \dots \dots \quad \text{式-2.3 の再掲}$$

$$Fm(\alpha) = \frac{\gamma^2 \cdot [S \cdot \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}} \right\} + T \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot B}{l}\right) \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot B}{l}}] \cdot \sin\left(\frac{\alpha \cdot A}{l}\right)}{\alpha \cdot (\gamma^2 + \beta^2) \cdot [1 + 4 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \gamma^2 - (1 - \mu)^2 \cdot \alpha^4]} \quad \dots \dots \quad \text{式-2.5 の再掲}$$

表-3.3  $\alpha$ の増大に伴う数値積分変数の傾向

変数	$\alpha = 0$	$\alpha = +\infty$	備考
$\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4} - \alpha^2}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	
$\gamma = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4} + \alpha^2}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\alpha$	
$SW = 1 + 2 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2$	1	$1 + (1 - \mu)/2$	式-3.15～式-3.17 参照
$TW = 2 \cdot \beta^2 - (1 - \mu) \cdot \alpha^2$	1	$-\infty$	
$S = (1 - \mu^2) \cdot \alpha^2 \cdot \{1 + 2 \cdot (1 - \mu) \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2\}$	0	$+\infty$	
$T = (1 - \mu^2) \cdot \alpha^2 \cdot \{2 \cdot \beta^2 - (1 - \mu) \cdot \alpha^2\}$	0	$-\infty$	

## (1) 数値積分変数の傾向

数値積分で使用する変数 $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $SW$ ,  $TW$ ,  $S$ ,  $T$ は,  $\alpha$ の増大に伴い表-3.3 の傾向があるが, 数値積分を行うために $\alpha$ を大きくすると, 新プログラムで算出される $\beta$ の誤差が大きくなることを確認した. この誤差について分析した結果は以下のとおりである.

- $\beta$ の真値は, カシオ計算機株式会社が管理運営する WEB サイト「keisan サービス」や, Windows の電卓アプリで算出できることを確認した. 新プログラムによる $\beta$ の算出過程を分析した結果, この $\beta$ の誤差は, 非常に小さな値となる  $\sqrt{1 + \alpha^4} - \alpha^2$  を算出する際に, 非常に大きな $\alpha^4$ と, それに比べて非常に小さな1を同時に扱ったことによる VBA の計算誤差であると考えられる.  $\alpha$ が 20 の場合には 0.000000%未満の誤差であったが,  $\alpha$ が 500 の場合は 0.000347%,  $\alpha$ が 5,000 の場合は 3.494944%の誤差であった.
- $\beta$ の誤差に起因して被積分関数の誤差も大きくなるが,  $\beta$ の誤差と概ね同程度であることを確認した. 被積分関数の誤差が大きくなる原因是, 分子の  $\sin$  項や  $\cos$  項ではなく, 分子の  $SW$  及び  $S$  に含まれる非常に大きい $\alpha^2$ と非常に小さい $\beta^2$ の積である $\alpha^2 \cdot \beta^2$ である.
- $\beta$ の真値を分析した結果,  $\alpha$ が大きくなると  $\alpha \cdot \beta \approx 0.5$  でほぼ一定となることを確認した. これは  $\sqrt{1 + \alpha^4}$  の平方根の中に, 無視できる程度に小さな項である  $1/(4 \cdot \alpha^4)$  を追加した式-3.16～式-3.17 の近似で説明することができる.

以上の分析結果を参考に式-3.15 及び式-3.17 による $\beta$ を真値と比較し, 100 以下の $\alpha$ に対しては前者を, 100 を超過する $\alpha$ に対しては近似による後者を採用することとした. また,  $\gamma$ についても $\beta$ と同様に  $\sqrt{1 + \alpha^4}$  の項を含むが,  $\sqrt{1 + \alpha^4} + \alpha^2$  は非常に大きな値であり,  $\gamma$ には計算誤差が発生しなかったため, 近似による式は採用しないこととした.

$$\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4} - \alpha^2}{2}} \quad \dots \dots \quad \text{式-3.15}$$

$$\beta \approx \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha^4 + \frac{1}{4 \cdot \alpha^4}} - \alpha^2}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\alpha^2 + \frac{1}{2 \cdot \alpha^2}\right)^2} - \alpha^2}{2}} = \sqrt{\frac{\left(\alpha^2 + \frac{1}{2 \cdot \alpha^2}\right) - \alpha^2}{2}} \quad \dots \dots \quad \text{式-3.16}$$

$$\beta \approx \frac{1}{2 \cdot \alpha} \quad \dots \dots \quad \text{式-3.17}$$

## (2) 被積分関数の傾向

- 旧プログラムの数値積分の設定は以下のとおりである<sup>8)</sup>。なお、被積分関数は $\alpha$ の増大に伴い表-3.4の傾向がある。
- 被積分関数がほぼ収束する $\alpha = 20$ まで数値積分を行う。この数値積分を打ち切る $\alpha$ を、以降では $Z$ と称する。
  - 数値積分間隔 $\Delta\alpha$ は表-3.5のように、 $\alpha$ が0から2の間は0.1（この範囲を20分割）、 $\alpha$ が2から6の間は0.5（この範囲を8分割）、 $\alpha$ が6から20の間は1.0（この範囲を14分割）とする。
  - いずれの場合もシンプソンの公式を用いて数値積分を行う。例を図-3.8に示す。シンプソンの公式では、数値積分間隔 $\Delta\alpha$ で分割した幅の始点 $\alpha$ 、中間点 $\alpha + \Delta\alpha/2$ 、終点 $\alpha + \Delta\alpha$ の3つの点による二次関数を用いて積分を行う。

福手は、矩形荷重幅 $A$ を剛比半径 $l$ で除した $A/l$ を0.1、矩形荷重高さ $B$ を剛比半径 $l$ で除した $B/l$ を1.0とした場合の被積分関数である図-3.9を参考にして数値積分の設定を決定したとしている。これは、剛比半径 $l$ を1.0mと仮定すると図-3.10のような寸法の矩形荷重に相当する。 $\alpha$ が小さい範囲では被積分関数が急激に変化するため、 $\alpha$ が小さい範囲における数値積分間隔を小さく（分割数を多く）設定したと推測される。

しかしながら、被積分関数の傾向は $A/l$ 及び $B/l$ により変化すると考えられることから、この2つのパラメータによる被積分関数の傾向を確認し、数値積分方法を設定することとした。以降では $A/l$ 及び $B/l$ を0.01～10と設定した。これは、剛比半径 $l$ を1.0mと仮定すると、辺長10mm～10mまでの加減分解荷重を想定したこととなる。

表-3.4  $\alpha$ の増大に伴う被積分関数の傾向

被積分関数	$\alpha = 0$	$\alpha = +\infty$
$Fw(\alpha)$	式-3.18	0
$Fm(\alpha)$	0	0

表-3.5 旧プログラムの数値積分の設定

$\alpha$ の範囲	$\Delta\alpha$	当該範囲の分割数
0～2	0.1	20
2～6	0.5	8
6～20	1.0	14

$$\int_{0.20}^{0.30} Fw(\alpha) d\alpha = \frac{0.30 - 0.20}{6} \cdot \{Fw(0.20) + 4 \cdot Fw(0.25) + Fw(0.30)\}$$

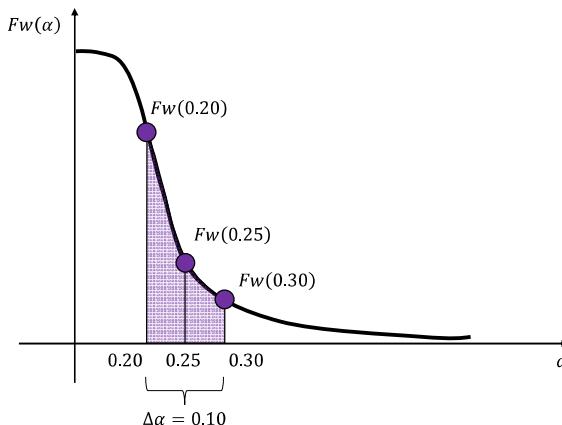
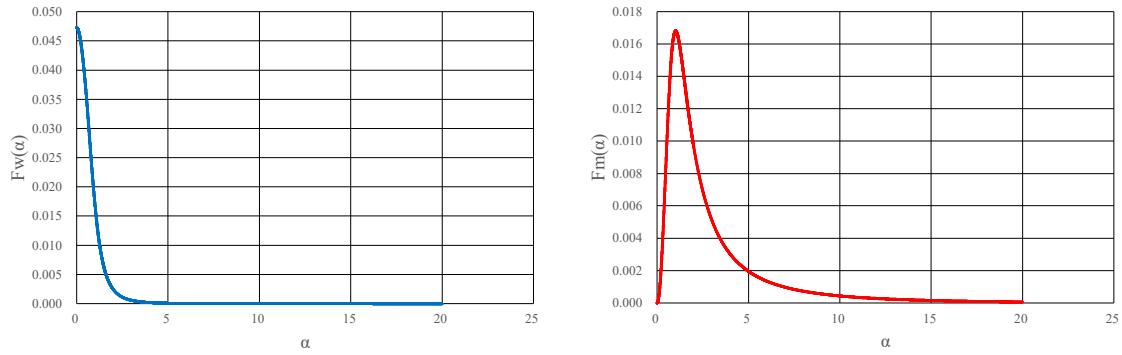
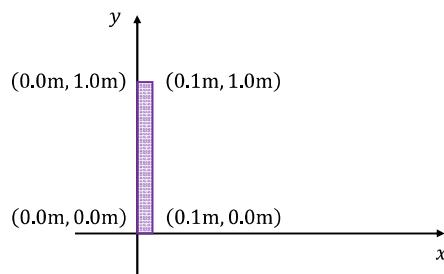
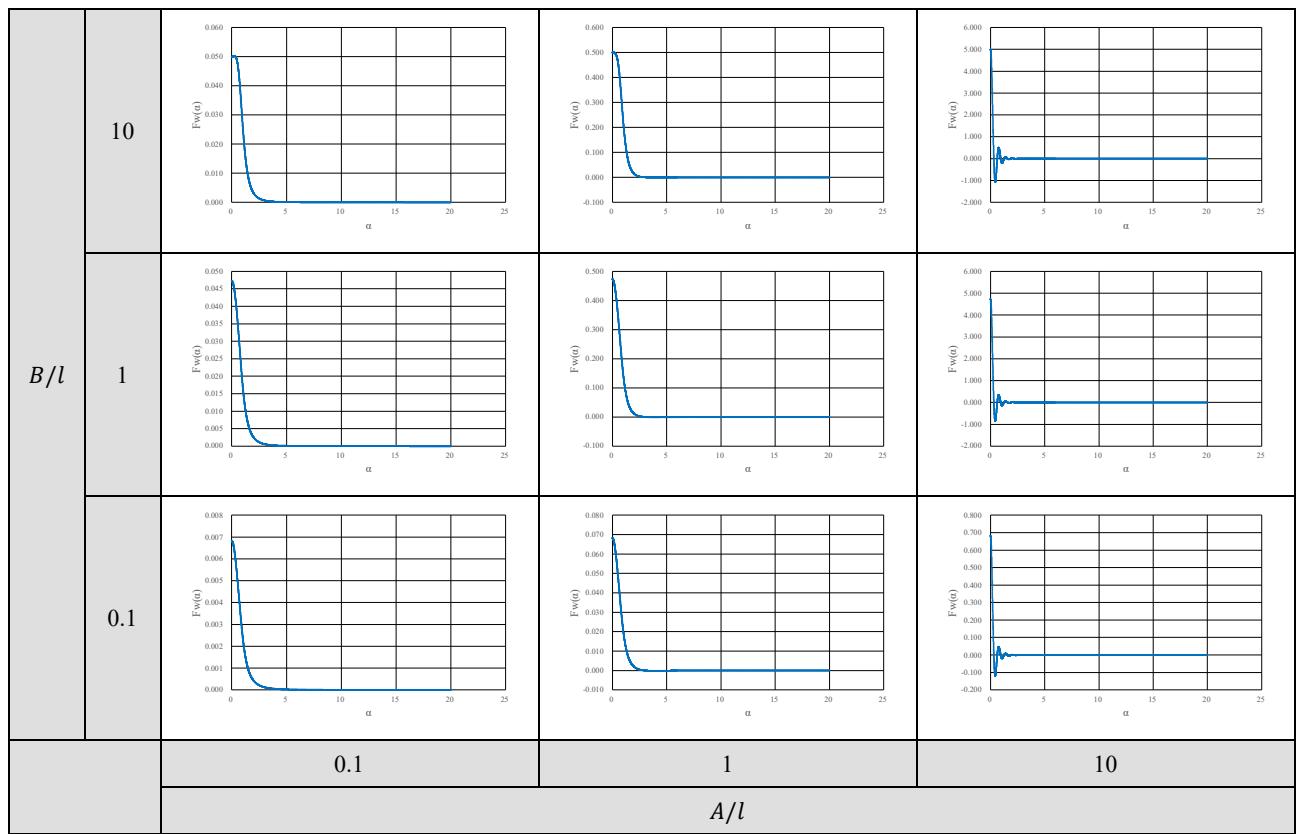
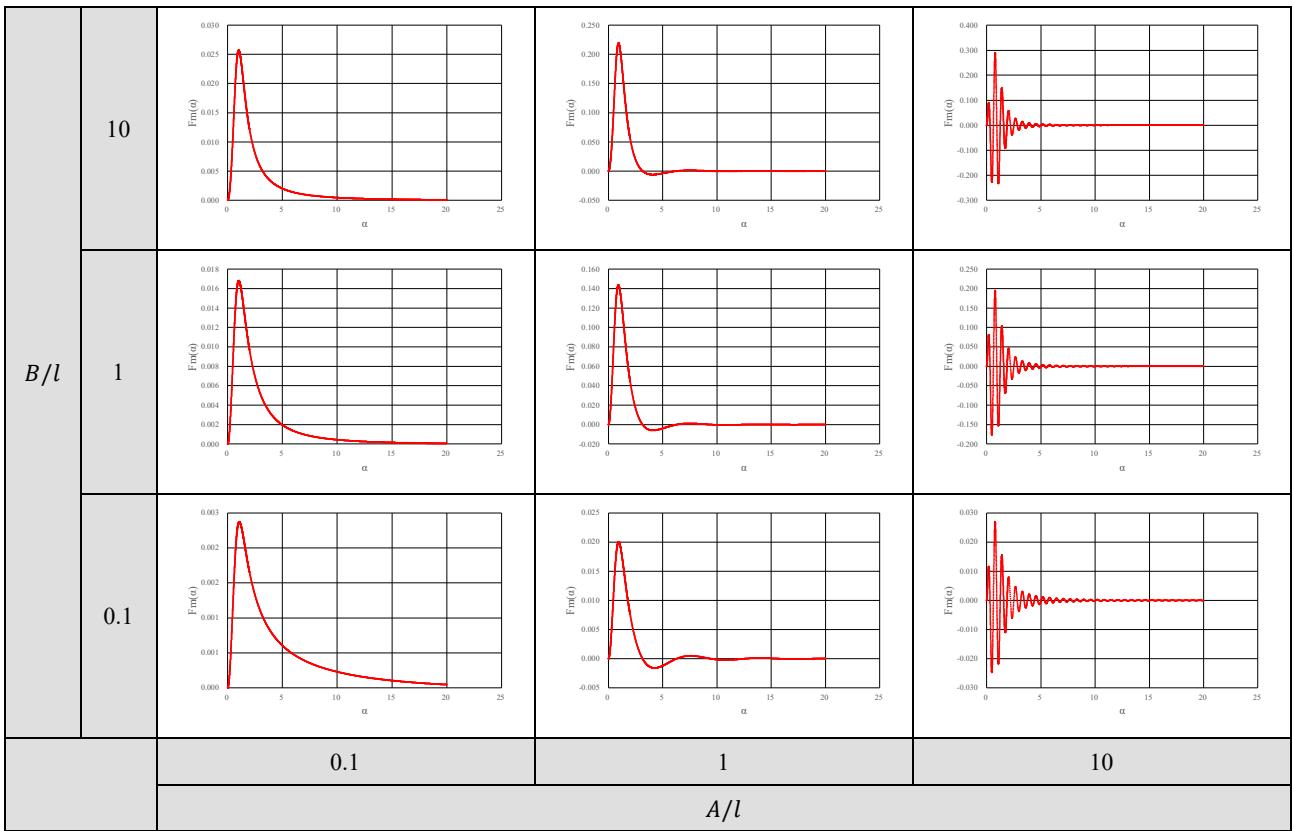


図-3.8 旧プログラムの設定による数値積分の例

(a)  $Fw(\alpha)$ (b)  $Fm(\alpha)$ 図-3.9  $Fw(\alpha)$  及び  $Fm(\alpha)$  ( $A/l=0.1$ ,  $B/l=1.0$  の場合)図-3.10  $l=1.0\text{m}$  と仮定した図-3.8 の矩形荷重の寸法と位置図-3.11  $Fw(\alpha)$  と  $\alpha$  の関係

図-3.12  $Fm(\alpha)$ と $\alpha$ の関係

矩形荷重の寸法のパラメータ $A/l$ 及び $B/l$ を変化させた場合の $Fw(\alpha)$ を図-3.11に、 $Fm(\alpha)$ を図-3.12に示す。これらの被積分関数の形状と、式-2.3及び式-2.5の式を合わせて分析すると、被積分関数には以下の傾向がある。

- $A/l$ を変化させた場合は被積分関数の傾向が大きく変化し、特に $A/l$ が大きくなると短い周期で増減を繰り返す。これは式-2.3及び式-2.5の分子の  $\sin(\alpha \cdot A/l)$  による影響であり、どの条件でも $\alpha$ が概ね 5 以上の場合は減衰しながら  $\sin$  項の周期により増減を繰り返す。この時の被積分関数の波長 $\lambda$ は  $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot l/A$  である。そのため、 $A/l$ が大きい場合には、数値積分間隔 $\Delta\alpha$ を小さく設定する必要がある。
- $B/l$ を変化させても被積分関数の傾向は大きくは変化しない。 $B/l$ が大きい場合は、 $\alpha$ の増大に伴い被積分関数は早期に減衰するが、 $B/l$ が小さい場合には減衰が遅い。これは式-2.3及び式-2.5の分子の  $e^{-\gamma \cdot B/l}$  による影響である。 $B/l$ が小さい場合は減衰が遅いため、数値積分を打ち切る $Z$ を大きく設定する必要がある。図-3.11と図-3.12を比較すると、この傾向は曲げモーメントの計算に使用する $Fm(\alpha)$ において顕著である。

$A/l$ 及び $B/l$ の設定が数値積分値に及ぼす影響を確認するため、旧プログラムの設定による数値積分値の誤差を確認したのが表-3.6である。ここでは、 $\Delta\alpha$ を旧プログラムの 1/1000～1/100 である 0.001 とし、 $Z$ を旧プログラムの 250 倍である 5,000 とした場合の数値積分値である表-3.7を真値として扱い誤差を算出した。

$A/l$ が 0.1～1.0 程度の場合は誤差が小さく、概ね 1%以下である。この $A/l$ が 0.1～1.0 程度の条件は、4 章に示すような一般的な舗装の剛比半径や航空機脚荷重の位置を想定した場合に多く出現する条件である。例えば、剛比半径 $l$ を 1m、載荷重心の $x$ 座標を 1m とすれば、 $A/l$ は 1 前後となる。そのため、航空機脚荷重を対象とした一般的な解析条件では旧プログラムの数値積分の設定は妥当であり、短時間で精度の高い解析を行うことが可能な設定と言える。

一方、 $A/l$ が大きい場合や小さい場合には誤差が大きい。分析したところ、誤差が大きくなる原因としては 2 つあることがわかった。一つ目の原因是表-3.7に示したように、 $A/l$ が大きい場合や小さい場合には数値積分値が非常に小さいため、わずかな変動でも誤差が大きくなることである。数値積分値が小さいということは、言い換えれば、たわみ及び曲げ

モーメントが小さいことを意味するため、数値積分値の誤差は大きいとしても、その誤差が解析結果全体に及ぼす影響は小さい。二つ目の原因是、 $A/l$ が大きい場合には被積分関数の波長 $\lambda$ が非常に短くなることである。例えば $A/l$ を 10 とした場合の波長 $\lambda$ は 0.628 程度となるが、旧プログラムの数値積分間隔 $\Delta\alpha$ は最大で 1.0 ( $\alpha$ が 6~20 の場合) であるため、 $A/l$ が大きい場合には、図-3.13 下図のように被積分関数の増減を正確に把握できていない設定で数値積分を実施していることとなる。ただし、 $A/l$ が 10 という条件は、剛比半径を 1m と仮定すれば、載荷重心の $x$ 座標が 10m 程度である載荷重を想定した解析条件であり、表-3.7 に示したように数値積分値は非常に小さいため、解析結果全体に及ぼす影響は小さい条件であると言える。

以上で述べた被積分関数の傾向を参考に、以降では数値積分の設定、具体的には、数値積分間隔 $\Delta\alpha$ 及び数値積分を打ち切る $Z$ の設定を決定することとした。試計算を行った結果、これらの数値積分の設定が数値積分値に及ぼす影響は、 $\alpha$ の増大に伴い早期に減衰する $Fw(\alpha)$ よりも、減衰が遅い $Fm(\alpha)$ の方が大きいため、以降では $Fm(\alpha)$ に対して検討を行った。以降では、 $Fm(\alpha)$ が大きく変動している $\alpha$ が 0~5 の範囲を領域 A、 $Fm(\alpha)$ が減衰した状態で sin 項による周期的増減を繰り返している $\alpha$ が 5~Z の範囲を領域 B と称する。

表-3.6 旧プログラムの数値積分設定による数値積分値  $\int_0^{20} Fm(\alpha)d\alpha$  の誤差 (%)

$B/l$	10	3.88	0.26	0.01	27.07
	1	4.80	0.33	0.02	264.30
	0.1	16.92	1.11	0.10	1984.72
	0.01	34.50	1.11	0.16	2386.94
		0.01	0.1	1	10
$A/l$					

表-3.7  $\Delta\alpha$ を 0.001、Zを 5,000 とした場合の数値積分値  $\int_0^{5000} Fm(\alpha)d\alpha$  (表-3.6 で採用した真値)

$B/l$	10	0.005699	0.053409	0.258342	0.000518
	1	0.004601	0.042469	0.182062	0.000126
	0.1	0.001205	0.009363	0.026208	0.000018
	0.01	0.000177	0.001067	0.002710	0.000002
		0.01	0.1	1	10
$A/l$					

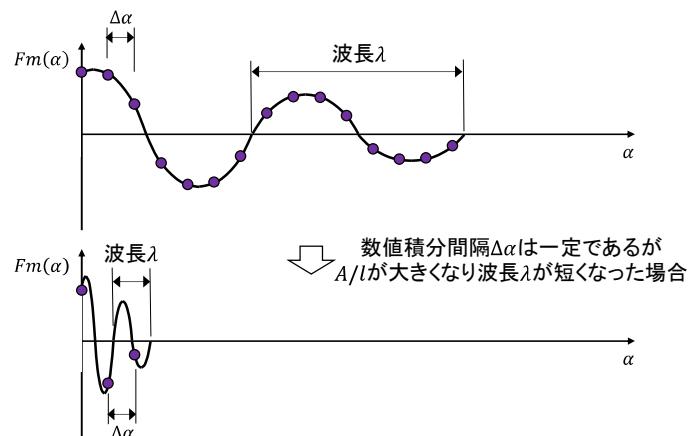


図-3.13  $Fm(\alpha)$ の周期的増減の波長と $\Delta\alpha$ の関係

## (3) 領域 A の数値積分の設定

数値積分間隔 $\Delta\alpha$ を 0.001,  $Z$ を 5 とした数値積分値  $\int_0^5 Fm(\alpha)d\alpha$  が収束していることが確認できたため、この設定による数値積分値を真値として扱い、真値との誤差により精度を評価することとした。

$\Delta\alpha$ を真値の算出に用いた 0.001 よりも大きくした場合の解析結果を表-3.8 に示す。ほとんどの条件で誤差は無視できるほど小さい。被積分関数の波長 $\lambda$ が小さくなり周期的増減が顕著となる $A/l$ が 10 の場合のみ誤差が発生しているが、その誤差も最大 0.1%程度と小さいことがわかる。以上の結果から、解析に要する時間や誤差の変化を参考として、領域 A の $\Delta\alpha$ を 0.02 と設定することとした。これは $\alpha$ が 0~5 の領域 A を 250 分割して数値積分を実施することとなる。また、 $A/l$ が 10 の場合で考えれば、被積分関数の波長 $\lambda$ は 0.628 程度であるため、被積分関数の 1 波長を 31 程度に分割していることとなり、図-3.13 上図よりもさらに細かい設定である。

なお、式-2.3 では $\alpha = 0$  の場合の  $Fw(0)$  が算出できないが、 $\alpha \cdot A/l$  が非常に小さいため  $\sin(\alpha \cdot A/l) \approx \alpha \cdot A/l$  と近似して変形した式-3.18 により算出することが可能である。ただし式-2.3において $\alpha$ に非常に小さい値を設定することでも同じ結果が得られるため、新プログラムでは式-2.3において $\alpha = 10^{-10}$ として  $Fw(0)$  を算出することとした。

表-3.8 領域 A における数値積分値  $\int_0^5 Fm(\alpha)d\alpha$  の誤差 (%)

$B/l$	10	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	
		0.01		0.01		0.01		0.01	0.0000	
		0.02	全て	0.02	全て	0.02	全て	0.02	0.0002	
		0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0072	
		0.10		0.10		0.10		0.10	0.1182	
$B/l$	1	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	
		0.01		0.01		0.01		0.01	0.0000	
		0.02	全て	0.02	全て	0.02	全て	0.02	0.0001	
		0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0034	
		0.10		0.10		0.10		0.10	0.0560	
$B/l$	0.1	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	
		0.01		0.01		0.01		0.01	0.0000	
		0.02	全て	0.02	全て	0.02	全て	0.02	0.0001	
		0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0027	
		0.10		0.10		0.10		0.10	0.0439	
$B/l$	0.01	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	$\Delta\alpha$	誤差(%)	
		0.01		0.01		0.01		0.01	0.0000	
		0.02	全て	0.02	全て	0.02	全て	0.02	0.0001	
		0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0000	0.05	0.0026	
		0.10		0.10		0.10		0.10	0.0431	
		0.01		0.1		1		10		
$A/l$										

$$Fw(0) \doteq \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{B}{\sqrt{2} \cdot l}\right) \cdot e^{\frac{-B}{\sqrt{2} \cdot l}} + \sin\left(\frac{B}{\sqrt{2} \cdot l}\right) \cdot e^{\frac{-B}{\sqrt{2} \cdot l}} \right] \cdot \frac{A}{l} \quad \dots \dots \text{式-3.18}$$

## (4) 領域 B の数値積分の設定

数値積分間隔 $\Delta\alpha$ を 0.001,  $Z$ を 5,000 とした数値積分値  $\int_0^{5000} Fm(\alpha)d\alpha$  が収束していることが確認できたため、この設定による数値積分値を真値として扱い、真値との誤差により精度を評価することとした。

解析結果の一例として、 $A/l$ が 0.1,  $B/l$ が 0.01 の場合の数値積分値の誤差を表-3.9 に示す。 $\alpha$ が 0~5 の領域 A の $\Delta\alpha$ は(3)で決定した 0.02 とし、 $\alpha$ が 5~ $Z$ の領域 B では $\Delta\alpha$ と $Z$ の組み合わせを変えている。この例の場合は、 $\Delta\alpha$ を 5,  $Z$ を 500 とすることにより、数値積分値の誤差を 0.1%未満とすることができます。 $\Delta\alpha$ を 7.854 としているのは、 $A/l$ が 0.1 の時の被積分関数の波長 $\lambda = 62.832$  の 1/8 の長さを数値積分間隔として設定したものであり、具体的には図-3.13 上図のような状態を意識した設定である。

同様の解析を  $A/l$  及び  $B/l$  が 0.01~10 の範囲について実施し、全ての条件において数値積分値  $\int_0^Z Fm(\alpha)d\alpha$  の誤差が 0.1%以下となることを目標として解析結果を整理した結果、領域 B の数値積分の設定を表-3.10 とすることとした。なお、 $A/l$  が 5 以上の場合は  $A/l$  による影響が大きくなり、 $A/l$  に応じて $\Delta\alpha$ の設定を細かく変更する必要があったため、図-3.13 上図のような被積分関数の波長 $\lambda$ の 1/8 を $\Delta\alpha$ として採用した。

この設定による  $Fm(\alpha)$  の数値積分値の誤差を表-3.11 に、 $Fw(\alpha)$  の数値積分値の誤差を表-3.12 に示す。前者の誤差は最大で 0.1%程度、後者の誤差は最大で 0.02%程度であった。

表-3.9 数値積分値  $\int_0^Z Fm(\alpha)d\alpha$  の誤差 (%)

$A/l$	$B/l$	領域 B の $\Delta\alpha$	領域 B の $Z$	誤差(%)	領域 B の分割数
0.1	0.01	10	1,005	0.4343	100
			505	0.4311	50
			105	0.5767	10
		7.854	1,002.46	0.2091	127
			507.65	0.2062	64
			107.10	0.3083	13
			1,000	0.0471	199
		5	500	0.0439	99
			100	0.2766	19

※ $\alpha$ が 0~5 の領域 A の $\Delta\alpha$  は(3)で決定した 0.02 としている。

表-3.10 新プログラムの数値積分の設定値

領域名	$\alpha$ の範囲	$A/l$	$\Delta\alpha$	$Z$	領域の分割数
A	0~5	—	0.02	—	250
B	5~ $Z$	0.2 未満	5	500	99
		0.2 以上 2 未満	2	101	48
		2 以上 5 未満	0.2	100	475
		5 以上	$2 \cdot \pi \cdot \frac{l}{A} \cdot \frac{1}{8}$	500 以上となるまで	3,152 以上

※領域 B で $A/l$  が 5 以上の場合の $\Delta\alpha$  は、被積分関数の波長 $\lambda$ の 1/8 としている。

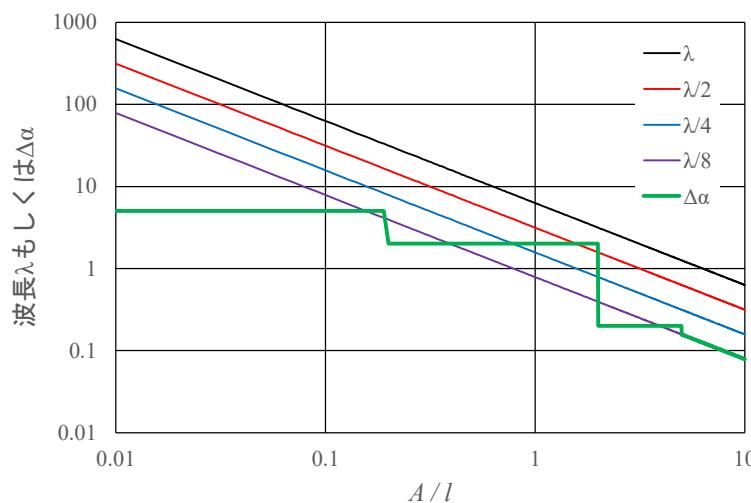
表-3.11 表-3.10 の設定による数値積分値  $\int_0^Z Fm(\alpha)d\alpha$  の誤差 (%)

$B/l$	10	0.0886	0.0933	0.0090	0.0001	0.0010	0.0107
	5	0.0884	0.0931	0.0089	0.0001	0.0011	0.0145
	2	0.0917	0.0967	0.0095	0.0001	0.0111	0.0311
	1	0.0955	0.1022	0.0132	0.0001	0.0028	0.0433
	0.1	0.0475	0.0538	0.0278	0.0007	0.0042	0.0918
	0.01	0.0641	0.0439	0.0229	0.0036	0.0036	0.0915
$A/l$		0.01	0.1	1	2	5	10
$A/l$							

表-3.12 表-3.10 の設定による数値積分値  $\int_0^Z Fw(\alpha)d\alpha$  の誤差 (%)

$B/l$	10	0.0128	0.0127	全て 0.0000	全て 0.0000		
	5	0.0127	0.0126				
	2	0.0125	0.0123				
	1	0.0156	0.0154				
	0.1	0.0220	0.0219				
	0.01	0.0225	0.0225				
$A/l$		0.01	0.1	1	2	5	10
$A/l$							

被積分関数の波長 $\lambda$ と領域 B の数値積分間隔 $\Delta\alpha$ の関係を図-3.14 に示す。誤差を小さくすること、解析時間を短くすることを念頭に $\Delta\alpha$ と Z の組み合わせを表-3.10 のように設定したため、波長 $\lambda$ と設定した $\Delta\alpha$ の間に明確な関係があるわけではないが、表-3.6 あるいは表-3.7 で示したように、他の条件よりも誤差が比較的小さくなる $A/l$ が 1 程度の条件の場合は、 $\Delta\alpha$ を波長 $\lambda$ の 1/2 程度まで大きく設定しても数値積分値の精度は確保されていることとなる。

図-3.14 波長 $\lambda$ と表-3.10 の領域 B の $\Delta\alpha$

### 3.5 まとめ

前節までの内容を基にVBAにより新プログラムを再構築した。新プログラムの処理の流れは表-3.13のとおりである。また、主に使用面に関する新プログラムの仕様は表-3.14のとおりである。

表-3.13 新プログラムの処理の流れ

項目	内容
入力条件の読み込み	荷重条件及び解析条件を読み込み、不正な入力があれば該当セルを赤色に着色し、理由をメッセージボックスに表示して処理を終了する。
荷重スキャン	中心を原点に移動させ、脚荷重角度の回転を反映した載荷重のy方向の高さを検出し、載荷重をy方向に200分割した分割荷重の四隅の座標を整理する。次に、分割荷重の四隅の座標を、シフト量反映位置の座標へ変換する。最後に、y座標が正の分割荷重を対象として、図-3.2のように分割荷重の四隅の座標から細分化矩形荷重の四隅の座標を整理する。
細分化矩形荷重による応答の算出	細分化矩形荷重の四隅の座標から加減分解荷重を設定し、加減分解荷重による応答を数値積分により算出し合算する。数値積分は表-3.10の設定で実施する。
たわみ・応力の算出	全ての細分化矩形荷重による応答を合算し、たわみ・応力を算出する。
解析結果の出力	解析結果を出力する。必要に応じ動作確認用として、指定した解析条件番号の荷重スキャンで得られた全ての細分化矩形荷重の詳細情報を出力し、図-4.1と同様の図を描画する。

表-3.14 使用面に関する新プログラムの仕様

項目	仕様
入力ファイル	載荷重は最大20個まで入力可能。 最大100個の解析条件を1つのExcelシートに入力する。
出力ファイル	全ての解析結果が1つのExcelシートに出力される。
一度に解析可能な条件数	最大100条件まで。
考慮可能な載荷重	円形荷重、楕円形荷重（接地面積から設定） 楕円形荷重（自由に設定）、矩形荷重
単位系	SI単位系

## 4. 考察

### 4.1 旧プログラムによる解析結果との比較

福手<sup>8)</sup>が示したB727-200の1脚2輪荷重及びB747-200Bの1脚4輪荷重により原点に発生する自由縁部応力とコンクリート版厚の関係について、新プログラムを用いて同一の解析条件により解析を行い比較することとした。脚荷重位置は図-4.1及び図-4.2、荷重条件は表-4.1及び表-4.2、舗装構造条件は表-4.3とした。

新プログラムと旧プログラムによる自由縁部応力と版厚の関係を図-4.3及び図-4.4に示す。文献<sup>8)</sup>には詳細な数値までは記載されていないため、新プログラムと旧プログラムの誤差を算出していないが、ほぼ同等の値が得られていることが確認できた。

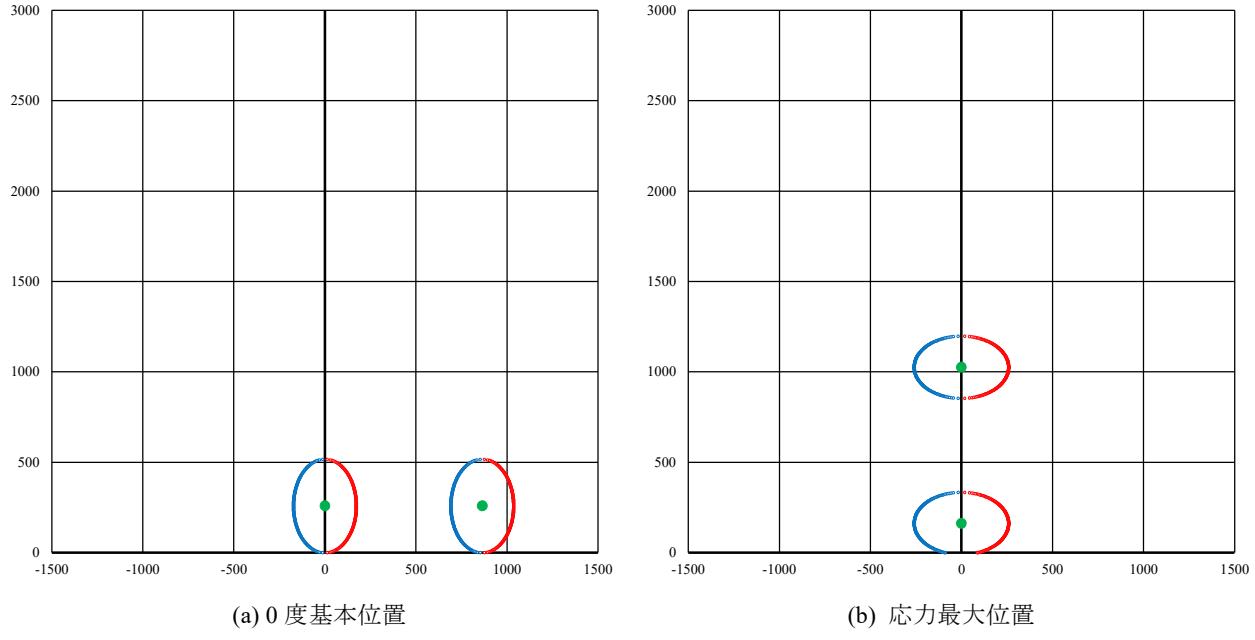


図-4.1 0度基本位置と応力最大位置 (1脚2輪の場合)

表-4.1 荷重条件 (1脚2輪の場合)<sup>8)</sup>

項目	入力値	
載荷重の数 (輪)	2	
入力位置における 載荷重中心の座標 (mm)	載荷重 1	$(x, y) = (0, 0)$
	載荷重 2	$(x, y) = (864, 0)$
載荷重の接地圧 (N/mm <sup>2</sup> )	1.2544	
載荷重 1 輪の接地面積 (mm <sup>2</sup> )	140,600	
接地面積から算出される 橢円寸法 (mm)	短半径 : 172.58 長半径 : 259.32	
脚荷重角度	0度基本位置 : 0度 応力最大位置 : 90度	
脚荷重シフト量	0度基本位置 : $\Delta x=0\text{mm}, \Delta y=0\text{mm}$ 応力最大位置 : $\Delta x=0\text{mm}, \Delta y=-10\text{mm}$	

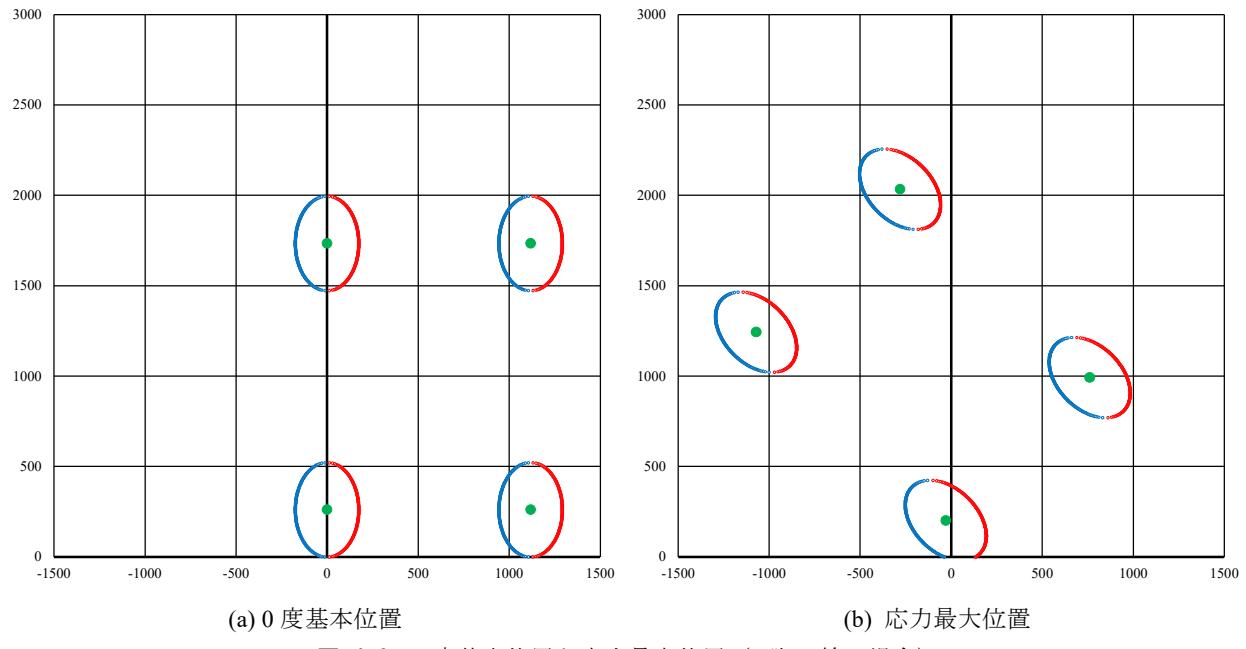


図-4.2 0 度基本位置と応力最大位置 (1 脚 4 輪の場合)

表-4.2 荷重条件 (1 脚 4 輪の場合)<sup>8)</sup>

項目	入力値	
載荷重の数 (輪)	4	
入力位置における 載荷重中心の座標 (mm)	載荷重 1	$(x, y) = (0,0)$
	載荷重 2	$(x, y) = (1118,0)$
	載荷重 3	$(x, y) = (0,1473)$
	載荷重 4	$(x, y) = (1118,1473)$
載荷重の接地圧 (N/mm <sup>2</sup> )	1.4112	
載荷重 1 輪の接地面積 (mm <sup>2</sup> )	143,600	
接地面積から算出される 橢円寸法 (mm)	短半径 : 174.41	
	長半径 : 262.07	
脚荷重角度 (度)	0 度基本位置 : 0	
	応力最大位置 : 45	
脚荷重シフト量 (mm)	0 度基本位置 : $\Delta x=0, \Delta y=0$	
	応力最大位置 : $\Delta x=-30, \Delta y=-20$	

表-4.3 補装構造条件<sup>8)</sup>

項目	設定値
コンクリートの弾性係数 (N/mm <sup>2</sup> )	33,320
コンクリートのポアソン比	0.15
コンクリート版厚 (mm)	290~600
路盤の支持力係数 (MN/m <sup>3</sup> )	68.6

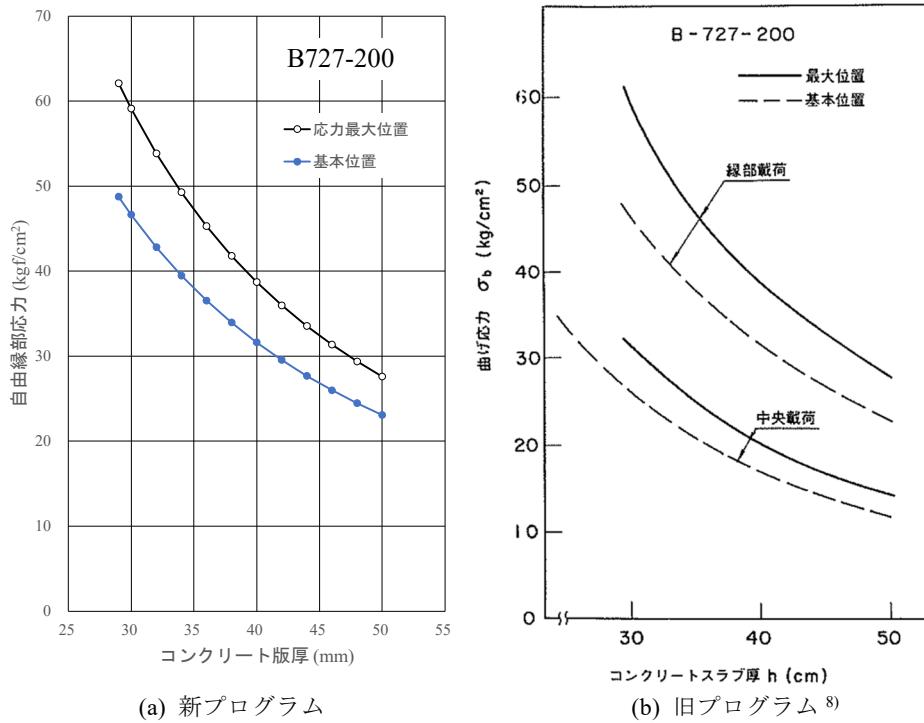


図-4.3 解析結果の比較 (1脚2輪の場合)

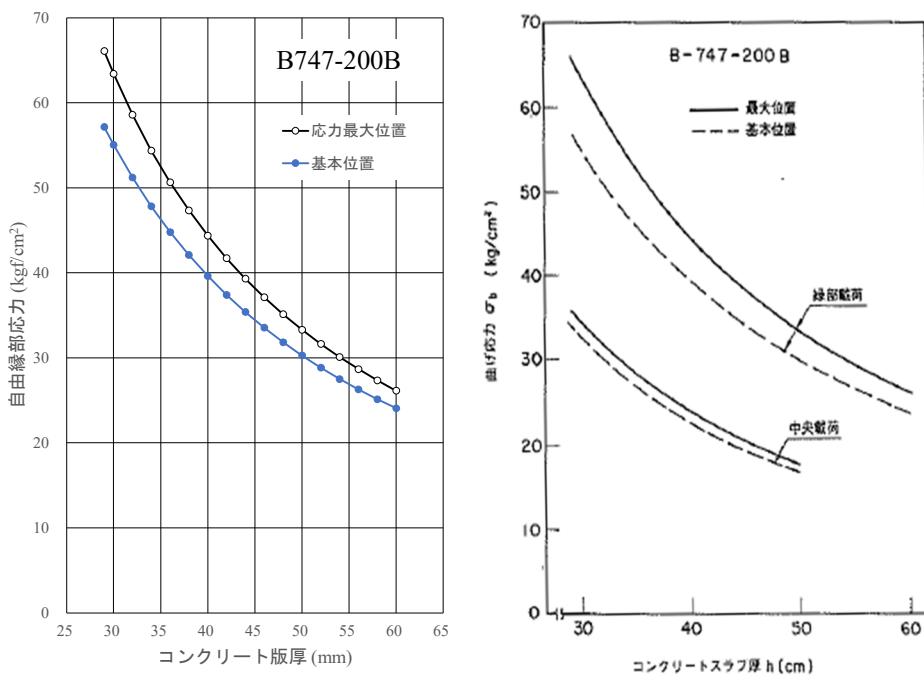


図-4.4 解析結果の比較 (1脚4輪の場合)

#### 4.2 有限要素法による解析結果との比較

福手<sup>12)</sup>は、新プログラムと同じ Winkler 基礎モデルによる有限要素解析を用いて、DC-10-10 型機の 1 脚 4 輪荷重による自由縁部応力を算出しているので、この結果と比較することとした。荷重条件は表-4.4、舗装構造条件は表-4.5 とした。4 つの載荷重心の座標及び矩形荷重の辺長が文献に記載されていないため、当時の空港コンクリート舗装構造設計要領<sup>13)</sup>に掲載されている DC-10-10 型機の諸元を設定した。解析結果を図-4.5 に示す。有限要素法による解析結果のうち荷重伝達率  $E_{ff}$  が 0 の場合が自由縁部応力であるが、新プログラムによる解析結果は有限要素法による解析結果と概ね同程度であることがわかる。

表-4.4 荷重条件<sup>12)</sup>

項目	入力値	
載荷重の数 (輪)	4	
入力位置における 載荷重心の座標 (mm)	載荷重 1	$(x, y) = (0, 0)$
	載荷重 2	$(x, y) = (1372, 0)$ <sup>13)</sup>
	載荷重 3	$(x, y) = (0, 1626)$ <sup>13)</sup>
	載荷重 4	$(x, y) = (1372, 1626)$ <sup>13)</sup>
載荷重の接地圧 (N/mm <sup>2</sup> )	1.225	
矩形荷重の $x$ 方向辺長 (mm)	360.00 <sup>13)</sup>	
矩形荷重の $y$ 方向辺長 (mm)	512.78	
脚荷重角度 (度)	90	
脚荷重シフト量 (mm)	$\Delta x=0, \Delta y=0$	

表-4.5 舗装構造条件<sup>12)</sup>

項目	設定値
コンクリートの弾性係数 (N/mm <sup>2</sup> )	34,300
コンクリートのボアソン比	0.15
コンクリート版厚 (mm)	250~500
路盤の支持力係数 (MN/m <sup>3</sup> )	68.6

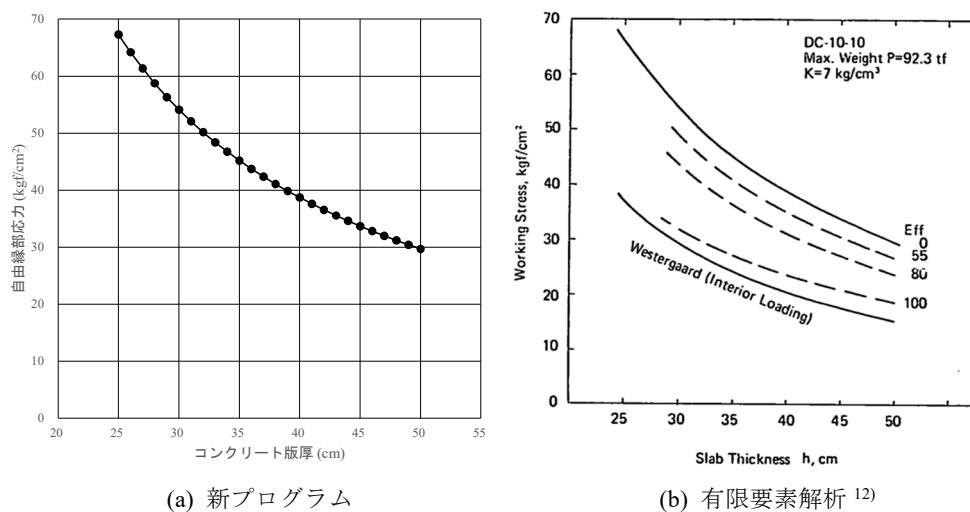


図-4.5 解析結果の比較

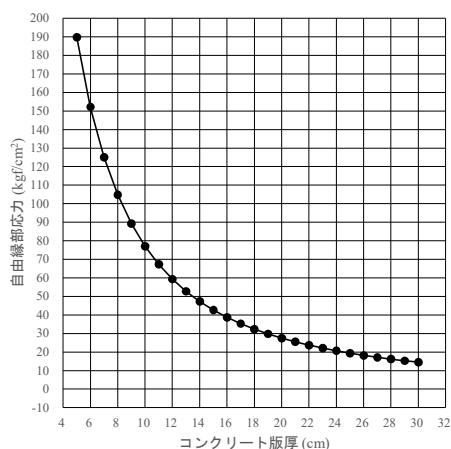
西澤<sup>14)</sup>は、プレキャストコンクリート舗装を想定し、縦横の寸法が3m以下である比較的小さなコンクリート舗装に対して、新プログラムと同じWinkler基礎モデルによる有限要素解析を用いて自由縁部応力を算出しているので、この結果と比較することとした。荷重条件は表-4.6、舗装構造条件は表-4.7とした。解析結果を図-4.6に示す。有限要素解析の結果では、コンクリート版の縦横の寸法が大きくなると、縦横の寸法が自由縁部応力に及ぼす影響が収束している傾向が読み取れるが、コンクリート版の縦横の寸法を考慮しない新プログラムによる解析結果は、縦横の寸法を大きくした場合の有限要素解析結果と概ね同程度であることがわかる。

表-4.6 荷重条件<sup>14)</sup>

項目	入力値	
載荷重の数(輪)	1	
入力位置における 載荷重心の座標(mm)	載荷重1	$(x, y) = (0, 0)$
載荷重の接地圧(N/mm <sup>2</sup> )	0.5444	
矩形荷重のx方向辺長(mm)	300.00	
矩形荷重のy方向辺長(mm)	300.00	
脚荷重角度(度)	0	
脚荷重シフト量(mm)	$\Delta x=0, \Delta y=0$	

表-4.7 舗装構造条件<sup>14)</sup>

項目	設定値
コンクリートの弾性係数(N/mm <sup>2</sup> )	40,278
コンクリートのポアソン比	0.21
コンクリート版厚(mm)	50~300
路盤の支持力係数(MN/m <sup>3</sup> )	107.8



(a) 新プログラム

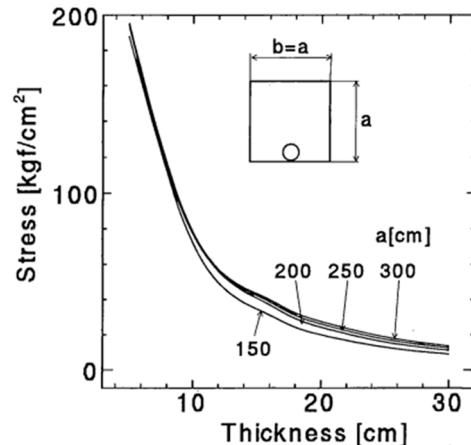
(b) 有限要素解析<sup>14)</sup>

図-4.6 解析結果の比較

#### 4.3 脚荷重角度が自由縁部応力に及ぼす影響

福手は1脚2輪(B727-200, DC9-41)及び1脚4輪(B747-200B, DC8-63)の航空機脚荷重を対象とした自由縁部応力の試算結果を示しているが、ここでは1脚1輪と1脚6輪の航空機脚荷重も追加し、新プログラムを用いて自由縁部載荷によりコンクリート版下面に発生する自由縁部応力の傾向を考察することとした。本節では脚荷重角度が自由縁部応力に及ぼす影響について考察する。

使用する荷重条件は表-4.8～表-4.11とした。脚車輪数による違いを比較しやすいよう、載荷重1輪の寸法及び接地圧はすべて同一とし、載荷重の間隔は実際の航空機の載荷重間隔を参考に、1脚2輪の横間隔を900mm、1脚4輪の横間隔を1,000mm及び縦間隔を1,500mm、1脚6輪の横間隔及び縦間隔を1,500mmと設定した。なお、ここでは脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を0とした状態、つまり、図-2.10に示す基本位置の場合の自由縁部応力を算出することとしたため、次節で述べる最大応力とは若干の差がある。舗装構造条件は表-4.12とした。

表-4.8 1脚1輪の荷重条件（網掛けは共通条件）

項目	入力値
載荷重の数(輪)	1
入力位置における載荷重中心の座標(mm)	( $x, y$ ) = (0,0)
載荷重の接地圧(N/mm <sup>2</sup> )	1.5
載荷重1輪の接地面積(mm <sup>2</sup> )	160,000
接地面積から算出される楕円寸法(mm)	短半径：184.10, 長半径：276.63

表-4.9 1脚2輪の荷重条件（網掛けは共通条件）

項目	入力値
載荷重の数(輪)	2
入力位置における載荷重中心の座標(mm)	載荷重1 ( $x, y$ ) = (0,0)
	載荷重2 ( $x, y$ ) = (900,0)
載荷重の接地圧(N/mm <sup>2</sup> )	1.5
載荷重1輪の接地面積(mm <sup>2</sup> )	160,000
接地面積から算出される楕円寸法(mm)	短半径：184.10, 長半径：276.63

表-4.10 1脚4輪の荷重条件（網掛けは共通条件）

項目	入力値
載荷重の数(輪)	4
入力位置における載荷重中心の座標(mm)	載荷重1 ( $x, y$ ) = (0,0)
	載荷重2 ( $x, y$ ) = (1000,0)
	載荷重3 ( $x, y$ ) = (0,1500)
	載荷重4 ( $x, y$ ) = (1000,1500)
載荷重の接地圧(N/mm <sup>2</sup> )	1.5
載荷重1輪の接地面積(mm <sup>2</sup> )	160,000
接地面積から算出される楕円寸法(mm)	短半径：184.10, 長半径：276.63

表-4.11 1脚6輪の荷重条件（網掛けは共通条件）

項目	入力値	
載荷重の数 (輪)	6	
入力位置における載荷重中心の座標 (mm)	載荷重 1	$(x, y) = (0, 0)$
	載荷重 2	$(x, y) = (1500, 0)$
	載荷重 3	$(x, y) = (0, 1500)$
	載荷重 4	$(x, y) = (1500, 1500)$
	載荷重 5	$(x, y) = (0, 3000)$
	載荷重 6	$(x, y) = (1500, 3000)$
載荷重の接地圧 (N/mm <sup>2</sup> )	1.5	
載荷重 1 輪の接地面積 (mm <sup>2</sup> )	160,000	
接地面積から算出される楕円寸法 (mm)	短半径 : 184.10, 長半径 : 276.63	

表-4.12 舗装構造条件

項目	設定値
コンクリートの弾性係数 (N/mm <sup>2</sup> )	34,000
コンクリートのポアソン比	0.15
コンクリート版厚 (mm)	200, 300, 400, 500
路盤の支持力係数 (MN/m <sup>3</sup> )	70

図-4.7に基本位置における脚荷重角度と自由縁部応力の関係を示す。版厚によらず、1脚1輪及び1脚2輪の場合は脚荷重角度が90度の場合に自由縁部応力が最大となる。これは、楕円形荷重の長軸が目地に沿った方向の場合に応力が最大となることを意味する。1脚4輪及び1脚6輪の場合は30~60度の範囲で自由縁部応力が最大となるが、脚車輪数が多いほど自由縁部応力が大きくなるわけではないことが確認できる。なお、コンクリート版厚を400mmとした場合に自由縁部応力が最大となる場合の脚荷重の位置を図化すると図-4.8のとおりとなる。

1脚2輪~6輪の場合の最大応力を、1脚1輪の場合の最大応力で除することで無次元化した応力比を図-4.9に示す。版厚が薄い場合は1脚2輪の応力が最大であり、版厚が厚い場合は1脚4輪の応力が最大となる傾向が確認できる。ただし、載荷重の間隔（この解析においては1脚2輪の900mm~1脚6輪の1,500mm）と剛比半径（この解析においては版厚200mmの759mm~版厚500mmの1,508mm）が大きく影響しており、特に1脚6輪の場合は載荷重間の距離が剛比半径よりも長いため、一部の載荷重については原点に発生する応力は負（圧縮応力）となっていることから、単純に脚車輪数だけによる傾向ではないことに留意する必要がある。

1脚1輪及び1脚2輪の場合は脚荷重角度が90度の場合に応力が最大であった。これは脚荷重が横目地を通過する場合ではなく、脚荷重が縦目地に沿って走行する場合に自由縁部応力が最大となることを意味するが、1脚1輪の場合は長半径と短半径の比を、1脚2輪の場合は載荷重の間隔を変化させた場合においても同様であるかを確認した。

図-4.7で示した1脚1輪の場合は載荷重の接地面積を160,000mm<sup>2</sup>とし、載荷重の長半径と短半径の比を図-2.8のように1:0.6655としていたので、これ以外に1:0.8及び1:0.5を追加して解析を行った。脚荷重角度を変化させた場合の応力を、脚荷重角度が0度の場合の応力で除することで無次元化した応力比を図-4.10に示す。版厚や楕円形寸法に関わらず、1脚1輪の場合は脚荷重角度が90度の場合に応力が最大となることがわかる。

図-4.7で示した1脚1輪の場合は載荷重の間隔を900mmとしていたので、これよりも短い600mm及び長い1,200mmを追加し、前述と同様に整理した応力比が図-4.11である。版厚や載荷重の間隔に関わらず、1脚2輪の場合は脚荷重角度が90度の場合に応力が最大となることがわかる。また、脚荷重角度が応力に及ぼす影響は、版厚が薄いほど大きい傾向がある。

1脚4輪及び1脚6輪の場合について、前述と同様に整理した応力比が図-4.12であるが、1脚2輪の場合と同様に、脚荷重角度の影響は版が薄いほど大きい傾向がある。また、応力が最大となる脚荷重角度は、版厚が厚くなると若干小さくなる。

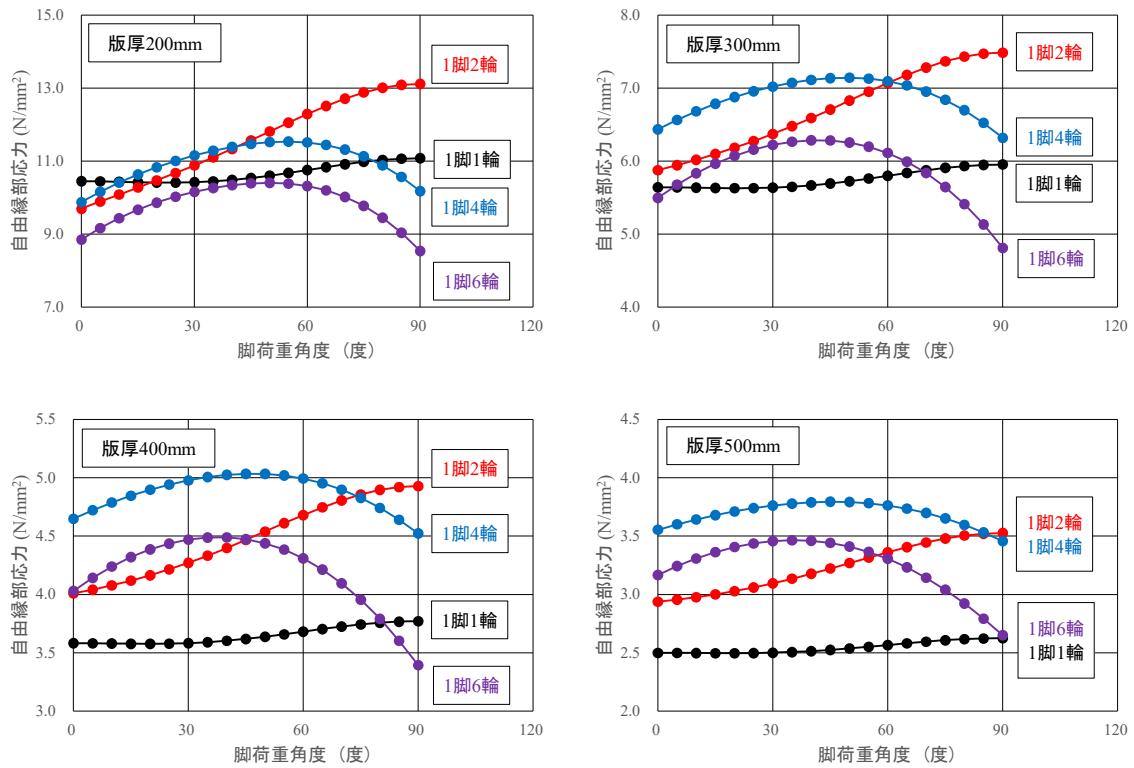


図-4.7 基本位置における脚荷重角度と自由縁部応力

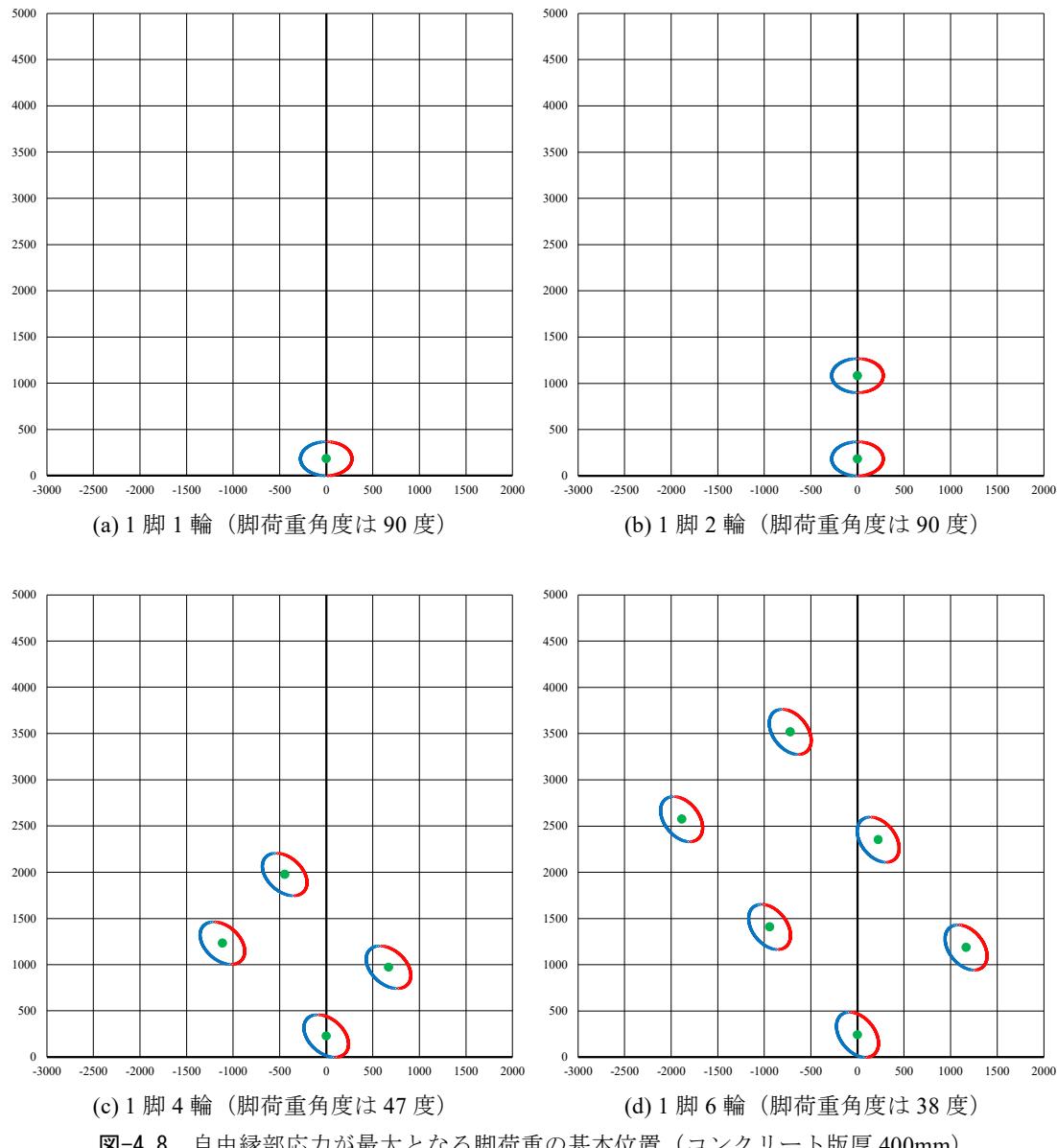


図-4.8 自由縁部応力が最大となる脚荷重の基本位置 (コンクリート版厚 400mm)

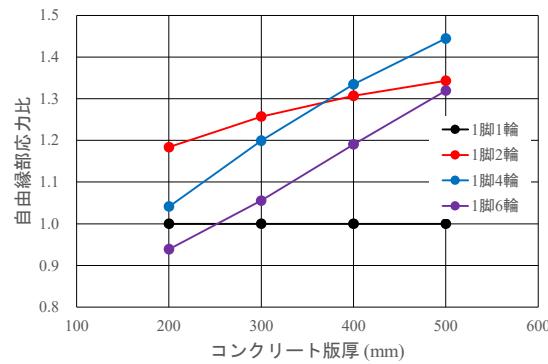


図-4.9 コンクリート版厚と応力比 (1 脚 1 輪の最大自由縁部応力が 1.0)

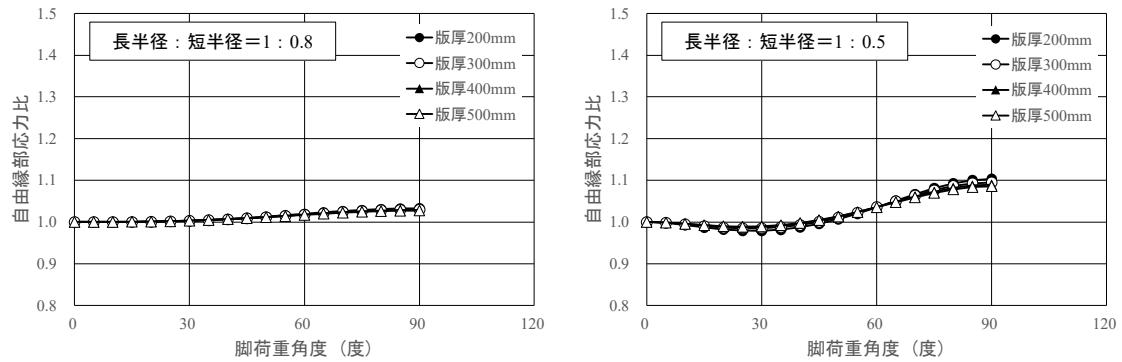


図-4.10 1脚1輪の場合の応力比（脚荷重角度が0度の場合の応力が1.0）

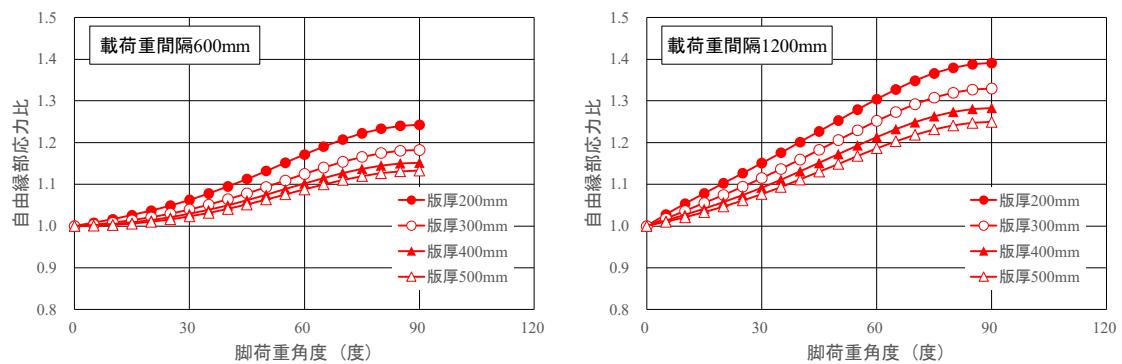


図-4.11 1脚2輪の場合の応力比（脚荷重角度が0度の場合の応力が1.0）

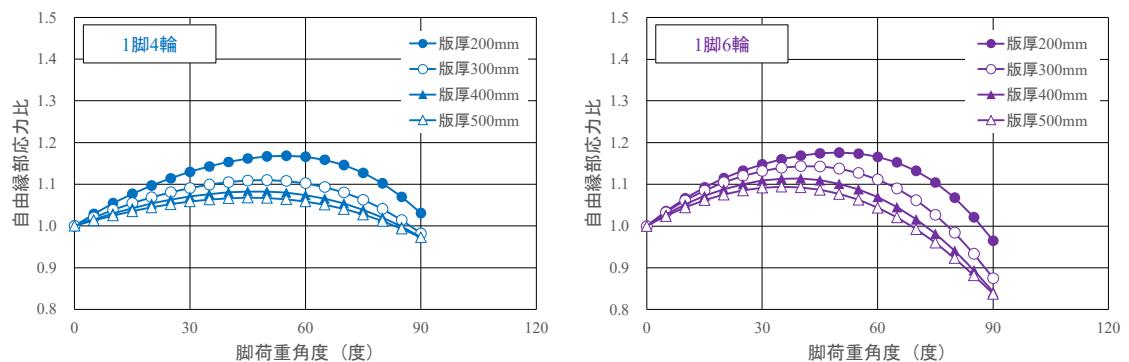


図-4.12 1脚4輪及び1脚6輪の場合の応力比（脚荷重角度が0度の場合の応力が1.0）

#### 4.4 自由縁部応力が最大となる脚荷重角度及び脚荷重シフト量

前節で確認した脚荷重角度 $\theta$ に加え、脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を変化させ、自由縁部応力が最大となる条件を整理した。荷重条件及び舗装構造条件は、コンクリート版厚を420mmで固定した以外は前節と同一とした。前節で述べたとおり、脚荷重角度が自由縁部応力に及ぼす影響が大きいことから、以下の手順により最大応力を確認した。

- ① 脚荷重角度 $\theta$ を0~179度まで1度ステップで変化させ、基本位置( $\Delta x=\Delta y=0$ )の場合の応力が最大となる脚荷重角度 $\theta_1$ を確認する。
- ② 脚荷重角度を $\theta_1$ に固定し、脚荷重シフト量 $\Delta x$ だけを5mmステップで変化させ、応力が最大となる $\Delta x_1$ を確認する。
- ③ 脚荷重角度を $\theta_1$ に、脚荷重シフト量を $\Delta x_1$ に固定し、脚荷重シフト量 $\Delta y$ だけを5mmステップで変化させ、応力が最大となる $\Delta y_1$ を確認する。
- ④ 脚荷重角度を $\theta_1$ に固定し、脚荷重シフト量 $\Delta x_1$ 、 $\Delta y_1$ を参考に、 $\Delta x$ を5mmステップで5ケース、 $\Delta y$ を5mmステップで5ケースとした計25ケースの脚荷重シフト量による解析を行い、この脚荷重角度 $\theta_1$ における最大応力を確認する。
- ⑤ ①で確認した脚荷重角度 $\theta_1$ は基本位置において応力が最大となる角度であったが、 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を考慮すると応力が最大となる角度は $\theta_1$ ±数度であることが多いため、 $\theta_1$ ±数度の角度においても同様の解析を行い、最大応力及びその時の $\theta_{max}$ 、 $\Delta x_{max}$ 、 $\Delta y_{max}$ を確定する。

##### (1) 1脚1輪

1脚1輪の解析結果を表-4.13及び図-4.13に示す。原点に発生する自由縁部応力は、脚荷重角度 $\theta$ が90度で載荷重縁が目地からコンクリート版外側へ5mmはみ出した載荷状態において最大となった。なお、0度基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は5.17%と比較的大きいが、 $\theta_{max}$ 基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は非常に小さいことがわかる。

脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ が応力に及ぼす影響を整理するため、 $\theta$ を90度で固定し、応力最大位置の $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を±5mm、±10mmとした場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.14である。これを見ると、 $\Delta y=5mm$ の場合、つまり、載荷重縁が目地からコンクリート版内側にある場合に最大応力との差は1%程度と比較的大きくなるが、これを除けば最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

脚荷重角度 $\theta$ が応力に及ぼす影響を整理するため、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させた場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.15である。脚荷重角度に応じて $\Delta x_{max}$ 及び $\Delta y_{max}$ が若干変化しているが、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させても、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。なお、1脚1輪の場合の表-4.15の自由縁部応力は $\theta_{max}$ からの角度が同じであれば同値となる。

表-4.13 1脚1輪の解析結果

項目	0度 基本位置	0度 応力最大位置	$\theta_{max}$ 基本位置	$\theta_{max}$ 応力最大位置
脚荷重角度 $\theta$ (度)	0	0	$\theta_{max} = 90$	$\theta_{max} = 90$
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	0	0	0	$\Delta x_{max} = 0$
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	0	-25	0	$\Delta y_{max} = -5$
自由縁部応力(N/mm <sup>2</sup> )	3.3139	3.3541	3.4860	3.4944
最大応力との差(%)	5.17	4.01	0.24	最大

表-4.14 脚荷重シフト量が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta_{max}$ 90 度		脚荷重シフト量 $\Delta x$				
		-10 mm	-5 mm	$\Delta x_{max} = 0 \text{ mm}$	5 mm	10 mm
脚荷重 シフト量 $\Delta y$	5 mm	1.09	1.05	1.04	1.05	1.09
	0 mm	0.29	0.25	0.24	0.25	0.29
	$\Delta y_{max} = -5 \text{ mm}$	0.04	0.01	最大	0.01	0.04
	-10 mm	0.17	0.14	0.13	0.14	0.17
	-15 mm	0.49	0.46	0.45	0.46	0.49

表-4.15 応力最大位置における脚荷重角度と自由縁部応力

脚荷重角度 $\theta$ (度)	80	86	88	89	$\theta_{max} = 90$	91	92	94	100
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	-10	-5	0	0	$\Delta x_{max} = 0$	0	0	5	10
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	-5	-5	-5	-5	$\Delta y_{max} = -5$	-5	-5	-5	-5
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	3.4880	3.4933	3.4941	3.4943	3.4944	3.4943	3.4941	3.4933	3.4880
最大応力との差 (%)	0.18	0.03	0.01	0.00	最大	0.00	0.01	0.03	0.18

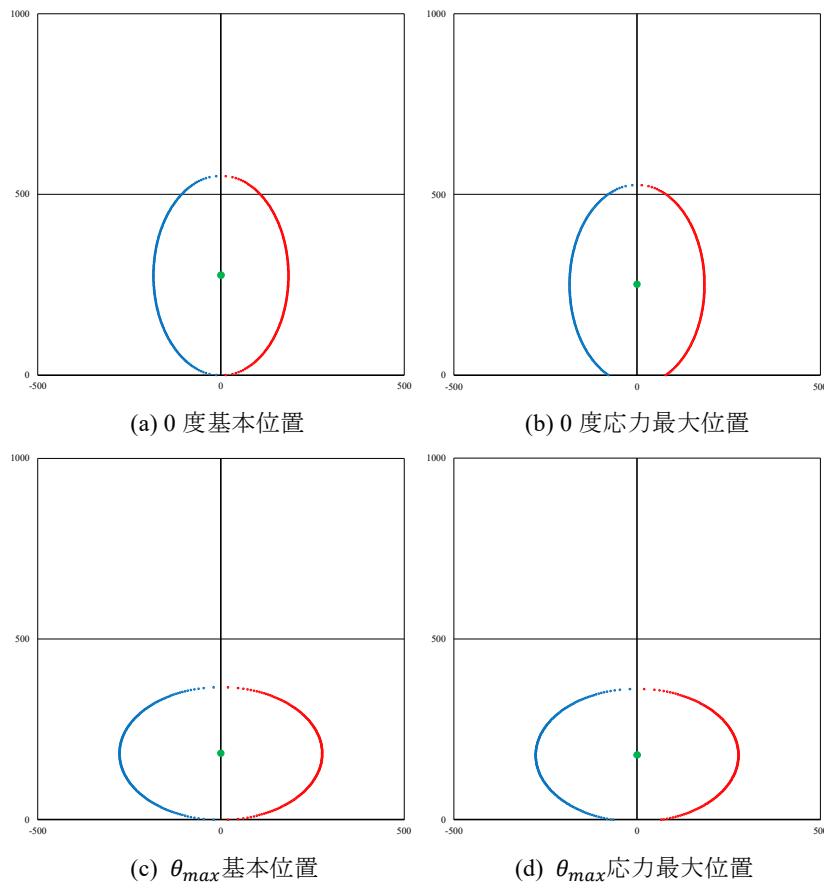


図-4.13 基本位置と応力最大位置 (1脚 1輪の場合)

## (2) 1脚2輪

1脚2輪の解析結果を表-4.16及び図-4.14に示す。原点に発生する自由縁部応力は、脚荷重角度が90度で載荷重縁が目地からコンクリート版外側へ10mmはみ出した載荷状態において最大となった。なお、0度基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は18.47%と非常に大きいが、 $\theta_{max}$ 基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は非常に小さいことがわかる。また、最大応力に対する原点に最も近い載荷重1の寄与率は75.9%であった。

脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ が応力に及ぼす影響を整理するため、 $\theta$ を90度で固定し、応力最大位置の $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を±5mm、±10mmとした場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.17である。1脚1輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

脚荷重角度 $\theta$ が応力に及ぼす影響を整理するため、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させた場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.18である。脚荷重角度に応じて $\Delta x_{max}$ 及び $\Delta y_{max}$ が若干変化しているが、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させても、1脚1輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。なお、1脚2輪の場合の表-4.18の自由縁部応力は $\theta_{max}$ からの角度が同じであれば同値となる。

表-4.16 1脚2輪の解析結果

項目	0度 基本位置	0度 応力最大位置	$\theta_{max}$ 基本位置	$\theta_{max}$ 応力最大位置
脚荷重角度 $\theta$ (度)	0	0	$\theta_{max} = 90$	$\theta_{max} = 90$
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	0	0	0	$\Delta x_{max} = 0$
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	0	-20	0	$\Delta y_{max} = -10$
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	3.7501	3.7798	4.5838	4.5996
最大応力との差 (%)	18.47	17.82	0.34	最大
表-4.9の載荷重1による自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )				3.4898
最大応力に対する載荷重1の寄与率 (%)				75.9

表-4.17 脚荷重シフト量が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta_{max}$ 90度		脚荷重シフト量 $\Delta x$				
		-10 mm	-5 mm	$\Delta x_{max} = 0$ mm	5 mm	10 mm
脚荷重 シフト量 $\Delta y$	0 mm	0.38	0.35	0.34	0.35	0.38
	-5 mm	0.06	0.04	0.03	0.04	0.06
	$\Delta y_{max} = -10$ mm	0.03	0.01	最大	0.01	0.03
	-15 mm	0.14	0.12	0.11	0.12	0.14
	-20 mm	0.36	0.34	0.33	0.34	0.36

表-4.18 脚荷重角度が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta$ (度)	80	86	88	89	$\theta_{max} = 90$	91	92	94	100
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	-20	-10	-5	0	$\Delta x_{max} = 0$	0	5	10	20
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	-10	-10	-10	-10	$\Delta y_{max} = -10$	-10	-10	-10	-10
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	4.5805	4.5965	4.5989	4.5995	4.5996	4.5995	4.5989	4.5965	4.5805
最大応力との差 (%)	0.42	0.07	0.02	0.00	最大	0.00	0.02	0.07	0.42

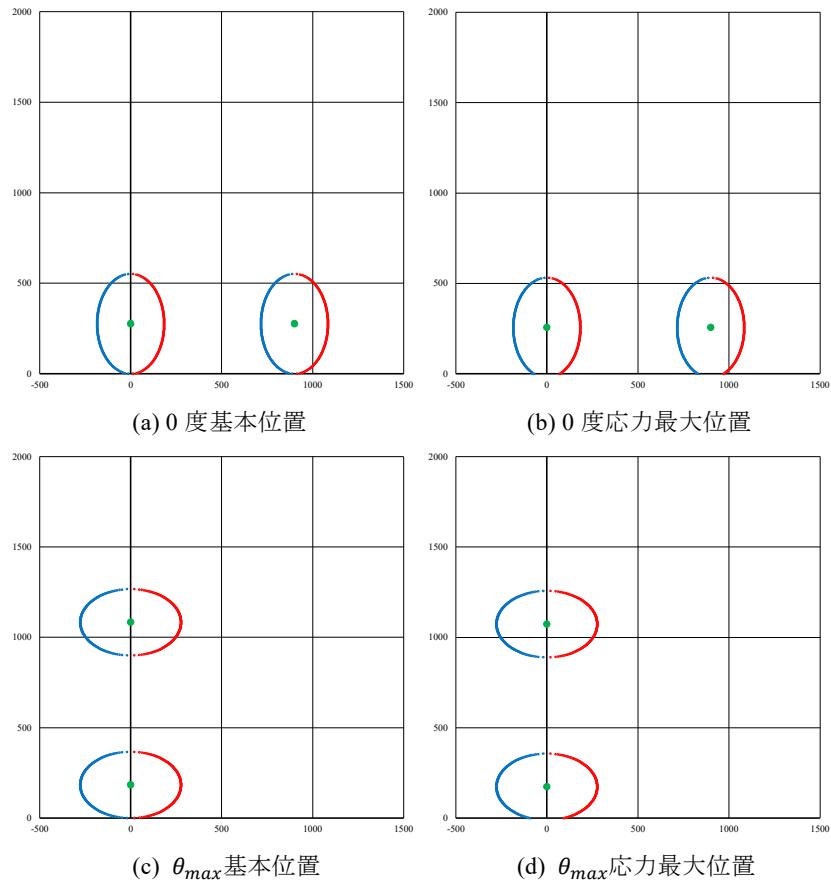


図-4.14 基本位置と応力最大位置 (1 脚 2 輪の場合)

## (3) 1脚4輪

1脚4輪の解析結果を表-4.19及び図-4.15に示す。原点に発生する自由縁部応力は、脚荷重角度が43度で載荷重縁が目地からコンクリート版外側へ25mmはみ出した載荷状態において最大となった。なお、0度基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は9.05%と比較的大きいが、 $\theta_{max}$ 基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は小さいことがわかる。また、最大応力に対する原点に最も近い載荷重1の寄与率は70.3%であった。

脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ が応力に及ぼす影響を整理するため、 $\theta$ を41度で固定し、応力最大位置の $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を±5mm、±10mmとした場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.20である。1脚1輪や1脚2輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

脚荷重角度 $\theta$ が応力に及ぼす影響を整理するため、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させた場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.21である。脚荷重角度に応じて $\Delta x_{max}$ 及び $\Delta y_{max}$ が若干変化しているが、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させても、1脚1輪や1脚2輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

表-4.19 1脚4輪の解析結果

項目	0度 基本位置	0度 応力最大 位置	90度 基本位置	90度 応力最大 位置	$\theta_{max}$ 基本位置	$\theta_{max}$ 応力最大 位置
脚荷重角度 $\theta$ (度)	0	0	90	90	$\theta_{max} = 41$	$\theta_{max} = 41$
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	0	-40	0	40	0	$\Delta x_{max} = -35$
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	0	-25	0	-10	0	$\Delta y_{max} = -25$
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	4.3887	4.4743	4.2689	4.3033	4.7303	4.8256
最大応力との差 (%)	9.05	7.28	11.54	10.82	1.97	最大
表-4.10の載荷重1による自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )						3.3918
最大応力に対する載荷重1の寄与率 (%)						70.3

表-4.20 脚荷重シフト量が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta_{max}$ 41度		脚荷重シフト量 $\Delta x$				
		-45 mm	-40 mm	$\Delta x_{max} = -35$ mm	-30 mm	-25 mm
脚荷重 シフト量 $\Delta y$	-15 mm	0.08	0.07	0.07	0.11	0.16
	-20 mm	0.03	0.01	0.00	0.02	0.07
	$\Delta y_{max} = -25$ mm	0.04	0.01	最大	0.01	0.05
	-30 mm	0.11	0.08	0.06	0.07	0.09
	-35 mm	0.24	0.20	0.17	0.17	0.19

表-4.21 脚荷重角度が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta$ (度)	31	37	39	40	$\theta_{max} = 41$	42	43	45	51
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	-45	-40	-35	-35	$\Delta x_{max} = -35$	-35	-35	-35	-25
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	-25	-25	-25	-25	$\Delta y_{max} = -25$	-20	-20	-20	-20
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	4.8021	4.8218	4.8245	4.8253	4.8256	4.8255	4.8249	4.8224	4.8042
最大応力との差 (%)	0.49	0.08	0.02	0.01	最大	0.00	0.01	0.07	0.44

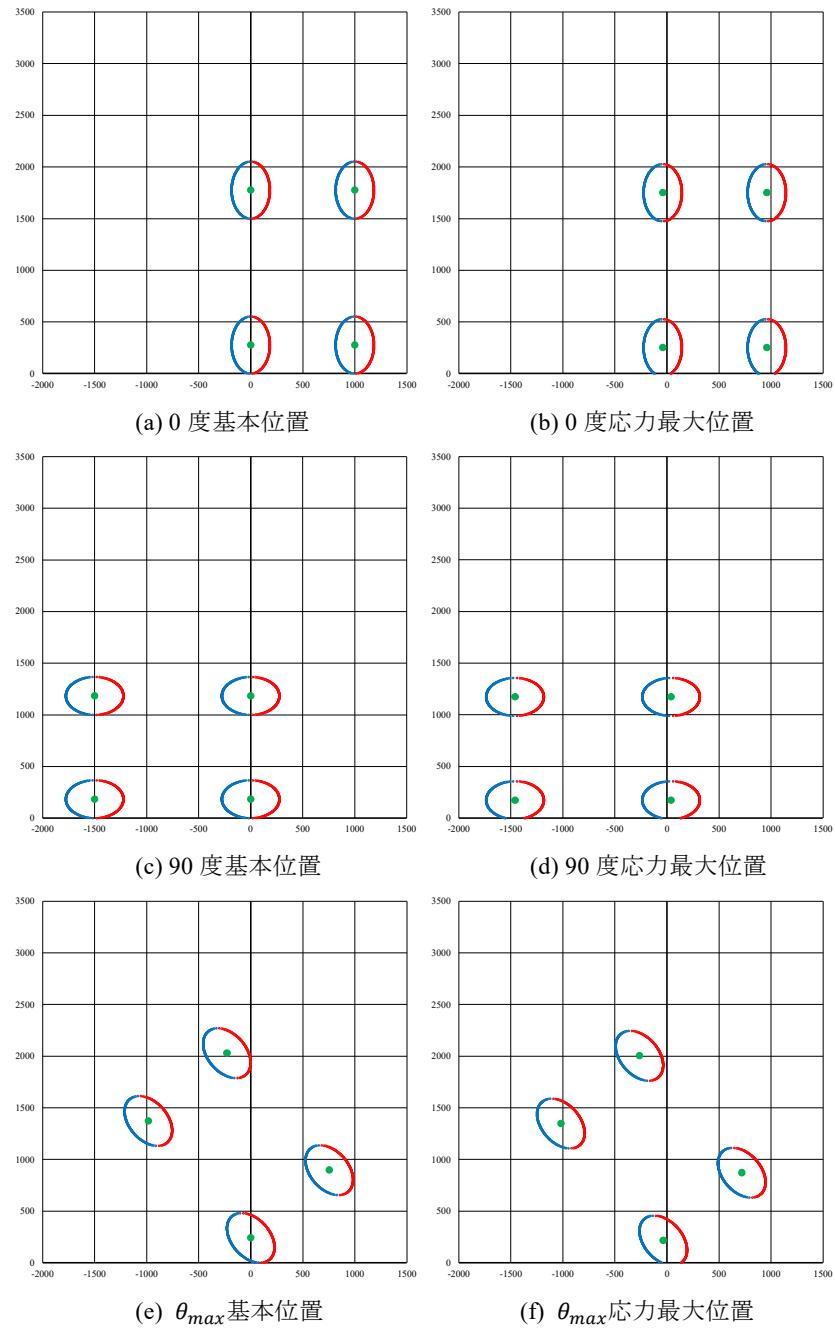


図-4.15 基本位置と応力最大位置 (1脚4輪の場合)

## (4) 1脚6輪

1脚6輪の解析結果を表-4.22及び図-4.16に示す。原点に発生する自由縁部応力は、脚荷重角度 $\theta$ が36度で載荷重縁が目地からコンクリート版外側へ25mmはみ出した載荷状態において最大となった。なお、0度基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は11.51%と比較的大きいが、 $\theta_{max}$ 基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は小さいことがわかる。また、最大応力に対する原点に最も近い載荷重1の寄与率は78.3%であった。

脚荷重シフト量 $\Delta x$ 及び $\Delta y$ が応力に及ぼす影響を整理するため、 $\theta$ を36度で固定し、応力最大位置の $\Delta x$ 及び $\Delta y$ を±5mm、±10mmとした場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.23である。1脚1輪、1脚2輪、1脚4輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

脚荷重角度 $\theta$ が応力に及ぼす影響を整理するため、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させた場合の応力と最大応力との差を示したのが表-4.24である。脚荷重角度に応じて $\Delta x_{max}$ 及び $\Delta y_{max}$ が若干変化しているが、脚荷重角度を $\theta_{max}$ から±10度の範囲で変化させても、1脚1輪、1脚2輪、1脚4輪の場合と同様に、最大応力との差は1%に満たない程度の差であることがわかる。

表-4.22 1脚6輪の解析結果

項目	0度 基本位置	0度 応力最大 位置	90度 基本位置	90度 応力最大 位置	$\theta_{max}$ 基本位置	$\theta_{max}$ 応力最大 位置
脚荷重角度 $\theta$ (度)	0	0	90	90	$\theta_{max} = 36$	$\theta_{max} = 36$
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	0	-25	0	30	0	$\Delta x_{max} = -25$
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	0	-30	0	-5	0	$\Delta y_{max} = -25$
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	3.8245	3.8928	3.2114	3.2360	4.2434	4.3218
最大応力との差 (%)	11.51	9.93	25.69	25.12	1.81	最大
表-4.11の載荷重1による自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )						3.3855
最大応力に対する載荷重1の寄与率 (%)						78.3

表-4.23 脚荷重シフト量が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta_{max}$ 36度		脚荷重シフト量 $\Delta x$				
		-35 mm	-30 mm	$\Delta x_{max} = -25$ mm	-20 mm	-15 mm
脚荷重 シフト量 $\Delta y$	-15 mm	0.10	0.09	0.10	0.13	0.20
	-20 mm	0.04	0.01	0.01	0.03	0.08
	$\Delta y_{max} = -25$ mm	0.05	0.01	最大	0.01	0.05
	-30 mm	0.12	0.08	0.06	0.06	0.09
	-35 mm	0.25	0.20	0.17	0.17	0.18

表-4.24 脚荷重角度が変化した場合の応力と最大応力との差 (%)

脚荷重角度 $\theta$ (度)	26	32	34	35	$\theta_{max} = 36$	37	38	40	46
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	-30	-25	-25	-25	$\Delta x_{max} = -25$	-25	-25	-25	-20
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	-25	-25	-25	-25	$\Delta y_{max} = -25$	-25	-20	-20	-20
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	4.2879	4.3170	4.3209	4.3217	4.3218	4.3212	4.3198	4.3152	4.2831
最大応力との差 (%)	0.78	0.11	0.02	0.00	最大	0.01	0.05	0.15	0.94

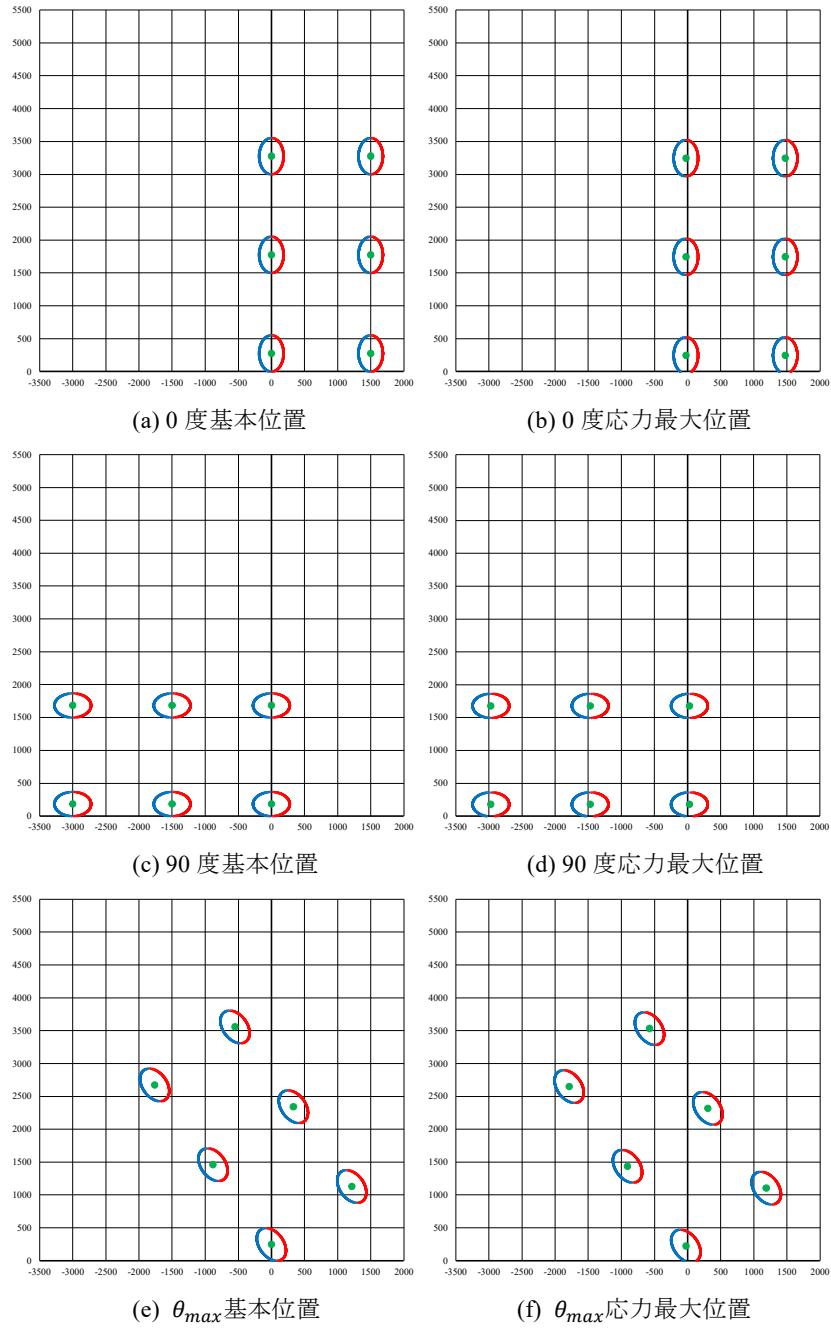


図-4.16 基本位置と応力最大位置 (1脚6輪の場合)

なお、1脚6輪については図-4.17のように脚中央の載荷重を原点近傍に配置した場合についても確認を行った。その結果を表-4.25に示すが、この場合の応力は前述の最大応力よりも小さい結果となった。ただし、応力差が大きくはないこと、載荷重間隔や剛比半径も影響することから、1脚6輪の場合は両方の場合を確認したほうがよいものと考えられる。

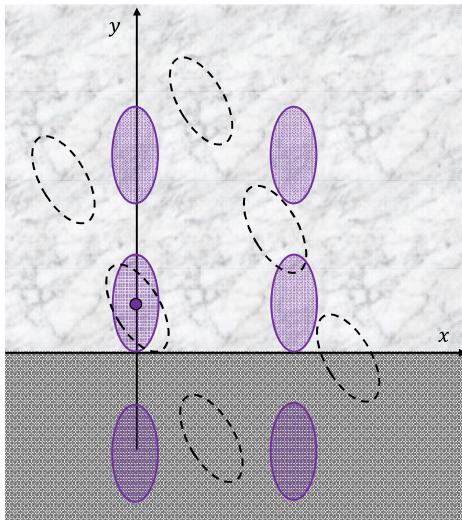


図-4.17 1脚6輪で脚中央の載荷重が原点近傍の場合

表-4.25 1脚6輪の解析結果（脚中央の載荷重が原点近傍の場合）

項目	$\theta_{max}$ 応力最大位置
脚荷重角度 $\theta$ (度)	$\theta_{max} = 32$
脚荷重シフト量 $\Delta x$ (mm)	$\Delta x_{max} = -30$
脚荷重シフト量 $\Delta y$ (mm)	$\Delta y_{max} = -25$
自由縁部応力 (N/mm <sup>2</sup> )	4.2312
表-4.22 の最大応力との差 (%)	2.10

### (5) まとめ

自由縁部応力が最大となる脚荷重角度及び脚荷重シフト量についてまとめると、以下のとおりである。

- 1脚1輪及び1脚2輪では脚荷重角度が90度で応力が最大となる。また、1脚4輪及び1脚6輪の場合は40度前後で応力が最大となる。
- 脚車輪数によらず、原点に最も近い載荷重の縁が目地からコンクリート版外側へはみ出した状態、つまり、脚荷重シフト量 $\Delta y$ が負の状態で応力が最大となる。
- 脚車輪数によらず、0度基本位置と $\theta_{max}$ 応力最大位置の応力の差は比較的大きいが、 $\theta_{max}$ 近傍における脚荷重角度の影響は小さい。
- 脚車輪数によらず、原点に最も近い載荷重による応力は、最大応力の概ね70%超である。

#### 4.5 端部増厚に関する考察

空港のエプロン等で一般的に用いられている無筋コンクリート舗装の目地では、目地の開きを抑制する目的でタイバーが設置されるエプロン外周部近傍の目地を除き、目地における荷重伝達を確保するためダウエルバーが設置される。ただし、アスファルト舗装との境界や他の構造物との境界のようにダウエルバーが設置できない目地については、図-4.18に示すように、当該コンクリート版の版厚を1.3倍（以降では、この数値を「端部増厚倍率」という）とした端部増厚型の目地構造<sup>15)</sup>とすることがある。この端部増厚倍率1.3は海外の事例等を参考に設定されたものと推察されるが、新プログラムを用いて考察を行った。なお、1950年の米国ポルトランドセメント協会による空港コンクリート舗装設計では端部増厚倍率として1.2が示されており<sup>16)</sup>、米国連邦航空局による空港コンクリート舗装設計では過去<sup>17)</sup>も現在<sup>18)</sup>も端部増厚倍率として1.25が示されている。

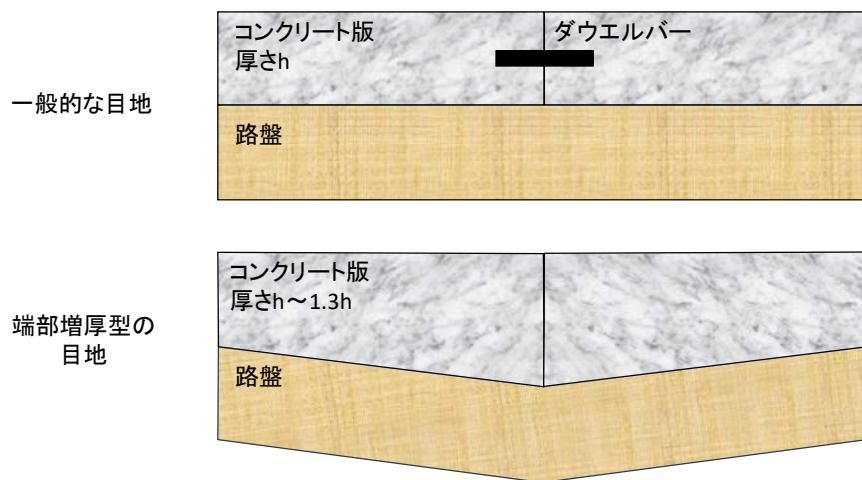


図-4.18 一般的な目地と端部増厚型の目地

コンクリート舗装の端部増厚倍率の根拠として考えられるのが、ダウエルバーが設置されていない目地に脚荷重が載荷された場合にコンクリート版下面に発生する自由縁部応力が、同じ荷重条件でダウエルバーが設置されている目地のコンクリート版下面に発生するダウエルバー目地応力以下となるまで増厚をしているという考え方である。そのため、新プログラムで自由縁部応力を算出し、舗装標準示方書<sup>19)</sup>に掲載されている応力低減係数0.75～0.85（自由縁部応力に対するダウエルバー目地応力の比）及び1章で述べたFAAの設計法<sup>11)</sup>に掲載されている応力低減係数0.75を参考に、自由縁部応力の0.75倍をダウエルバー目地応力と仮定して、自由縁部応力とダウエルバー目地応力が同等となる版厚及び端部増厚倍率を算出することとした。

舗装構造条件は4.3で使用した表-4.8、荷重条件は各条件における $\theta_{max}$ 基本位置（4.3で示したように、最大応力となるのは $\theta_{max}$ 基本位置から数十mm移動させた場合であるが、ここでは便宜的に $\theta_{max}$ 基本位置とした）として解析を行い、端部増厚倍率を算出した。解析結果を表-4.26に示す。端部増厚倍率は1.19～1.32であり、端部増厚倍率を1.3とすることは妥当といえる。1脚4輪の場合の端部増厚倍率の算出過程を表-4.27に示す。

表-4.26 端部増厚倍率の算出結果

脚車輪数	$\theta_{max}$ (度)	$\Delta x$ (mm)	$\Delta x$ (mm)	版厚 (mm)	端部増厚倍率
1脚1輪	0～179	0	0	200～500	1.19～1.25
1脚2輪					1.21～1.27
1脚4輪					1.24～1.32
1脚6輪					1.26～1.31

表-4.27 1脚4輪の場合の端部増厚倍率

A	B	C	D	E	F
版厚 (mm)	$\theta_{max}$ (度)	自由縁部 応力 (N/mm <sup>2</sup> )	ダウエルバー 目地応力 $C \times 0.75$ (N/mm <sup>2</sup> )	$C < D$ となる 版厚 (mm)	端部増厚倍率 E / A
200	55	11.54	8.65	260	1.30
210	54	10.89	8.17	270	1.29
220	53	10.31	7.73	290	1.32
230	53	9.78	7.34	300	1.30
240	52	9.30	6.98	310	1.29
250	51	8.87	6.65	320	1.28
260	51	8.47	6.35	340	1.31
270	50	8.10	6.07	350	1.30
280	50	7.75	5.82	360	1.29
290	50	7.44	5.58	370	1.28
300	49	7.14	5.36	380	1.27
310	49	6.87	5.15	400	1.29
320	49	6.61	4.96	410	1.28
330	48	6.37	4.78	420	1.27
340	48	6.14	4.61	430	1.26
350	48	5.93	4.45	450	1.29
360	47	5.73	4.30	460	1.28
370	48	5.54	4.16	470	1.27
380	47	5.36	4.02	480	1.26
390	47	5.19	3.90	490	1.26
400	47	5.03	3.78	510	1.28
410	47	4.88	3.66	520	1.27
420	47	4.74	3.55	530	1.26
430	47	4.60	3.45	540	1.26
440	46	4.47	3.35	550	1.25
450	46	4.34	3.26	570	1.27
460	46	4.22	3.17	580	1.26
470	46	4.11	3.08	590	1.26
480	46	4.00	3.00	600	1.25
490	46	3.89	2.92	610	1.24
500	46	3.79	2.85	630	1.26
最大					1.32
最小					1.24

最後に、中央部応力とダウエルバー目地応力を比較することとした。中央部応力は中央部載荷プログラム<sup>9)</sup>により算出した最大主応力（最大主応力の発生位置は載荷重中心から数十mm移動した点であるが、ここでは便宜的に載荷重中心の応力）とし、ダウエルバー目地応力は前述の表-4.26のとおり $\theta_{max}$ 基本位置において算出した自由縁部応力の0.75倍とした。ダウエルバー目地応力を中央部応力で除した応力比を図-4.19に示す。応力比は1.30～1.45倍程度であるが、脚車輪数やコンクリート版厚の影響を受け、脚車輪数によらずコンクリート版厚が薄い場合は応力比が小さいことがわかる。

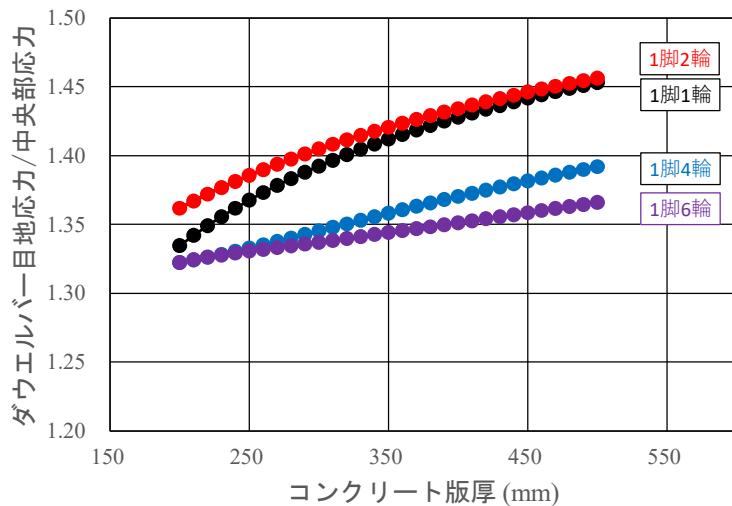


図-4.19 ダウエルバー目地応力/中央部応力とコンクリート版厚の関係

## 5. 結論

本研究における結論を以下に記す。

- (1) コンクリート舗装の自由縁部載荷プログラムを再構築し、今後のプログラムの保守・改良を容易とするため、新プログラムにおける荷重スキャン等の処理方法の詳細を整理した。また、荷重スキャンにおける荷重分割数及び応答値計算における数値積分の設定について、誤差を検証し設定した。
- (2) コンクリート版下面に発生する自由縁部応力が最大となる脚荷重角度及び脚荷重シフト量の傾向を整理した。脚荷重角度が自由縁部応力に及ぼす影響は大きく、1脚1輪及び1脚2輪の場合は脚荷重角度が90度、1脚4輪及び1脚6輪の場合は30～60度の場合に自由縁部応力が最大となる。
- (3) 我が国の空港コンクリート舗装で採用している端部増厚型の目地における端部増厚倍率1.3の妥当性を確認した。

## 6. おわりに

1章で述べたように、我が国の空港コンクリート舗装の設計には中央部応力が用いられている。これは我が国の空港コンクリート舗装の設計法を構築する際に、米国ポルトランドセメント協会の設計法を参考としたためであり、ほぼ全ての目地にダウエルバーのような荷重伝達装置が設置されているという仮定によるものである<sup>20)</sup>。一方、本研究で扱った自由縁部応力は中央部応力よりも大きく、また4.3で示したように、ダウエルバー目地応力も中央部応力より大きい。そのため本プログラムは、長らく用いられてきた中央部応力に着目する設計法からダウエルバー目地応力に着目する設計法へ移行するための調査研究や、交通荷重に起因して早期に目地に発生した破損の原因を検証する際に活用される可能性がある。なお、自由縁部応力やダウエルバー目地応力は、4.2で示したように、1脚4輪や1脚6輪の脚荷重が目地と平行方向あるいは直交方向に走行した場合には応力が最大とはならないことに留意が必要である。

空港コンクリート舗装は道路コンクリート舗装とは異なり面的な舗装であることから、交通荷重が目地に対して角度を有した方向に走行する頻度は道路コンクリート舗装よりも多いであろう。ただし、有限要素解析により自由縁部応力やダ

ウェルバー目地応力を算出する場合、図-1.3 のように「目地に対して角度を有する脚荷重」を設定することは容易ではない。そのため、目地に対して角度を有する脚荷重による応力と、目地に平行あるいは直交した脚荷重による応力の差については新プログラムを用いて検討を行い、その差や傾向を把握した上で、設計では目地に平行あるいは直交した脚荷重による応力を用いるという方法が合理的であろう。ただし、例えば空港ターミナルビル側のエプロン外周部近傍の目地のように「目地に対して角度を有する脚荷重」の走行がほぼ発生しないと考えられる場所もあることに留意する必要がある。

(2025年2月12日受付)

## 参考文献

- 1) Westergaard, H.M.: Stresses in Concrete Pavements Computed by Theoretical Analyses, Public Roads, Vol.7, No.2, 1926.
- 2) Westergaard, H.M.: Analytical Tools for Judging Results of Structural Tests of Concrete Pavements, Public Roads, Vol.14, No.10, 1933.
- 3) Westergaard, H.M.: Stresses in Concrete Runways of Airports, Proceedings of the 19<sup>th</sup> Annual Meeting of the Highway Research Board, 1939.
- 4) Westergaard, H.M.: Stresses Concentration in Plates Loaded over Small Areas, Transaction of ASCE, Vol.108, Paper No.2197, 1943.
- 5) Westergaard, H.M.: New Formulas for Stresses in Concrete Pavements of Airfields, Transaction of ASCE, Vol.113, Paper No.2340, 1948.
- 6) 坪川将丈:コンクリート舗装のWestergaard載荷公式及び剛比半径の考察, 国土技術政策総合研究所研究資料, No.1196, 2022.
- 7) Pickett, G. and Ray, G.K.: Influence Charts for Concrete Pavements, Transaction of ASCE, Vol.116, 1951.
- 8) 福手勤:空港コンクリート舗装厚設計への電算プログラムの応用, 港湾技研資料, No.262, 1977.
- 9) 坪川将丈:コンクリート舗装のWestergaard中央部載荷プログラムの改良, 国土技術政策総合研究所資料, No.1293, 2024.
- 10) 赤塚雄三, 飯島尚:無筋コンクリート舗装の設計方法に関する調査研究—空港舗装に関する調査研究(第2報)ー, 港湾技研資料, No.50, p.4, 1968.
- 11) Federal Aviation Administration, U.S. Department of Transportation: AC 150/5320-6G Airport Pavement Design and Evaluation, p.3-32, 2021.
- 12) 福手勤, 八谷好高, 山崎英男:コンクリート舗装の目地部における荷重伝達機能, 港湾技術研究所報告, 第21巻, 第2号, 1982.
- 13) 運輸省航空局:空港コンクリート舗装構造設計要領, p.67, 1977.
- 14) 西澤辰男, 野田悦郎, 福田正:プレキャストコンクリート舗装の力学特性に関する基礎的検討, 土木学会論文集, No.496/V-24, pp.81-88, 1994.
- 15) 国土交通省航空局:空港土木施設設計要領(舗装設計編), p.102, 2024.
- 16) 赤塚雄三, 飯島尚:無筋コンクリート舗装の設計方法に関する調査研究—空港舗装に関する調査研究(第2報)ー, 港湾技研資料, No.50, p.41, 1968.
- 17) 赤塚雄三, 飯島尚:無筋コンクリート舗装の設計方法に関する調査研究—空港舗装に関する調査研究(第2報)ー, 港湾技研資料, No.50, p.27, 1968.
- 18) Federal Aviation Administration, U.S. Department of Transportation: AC 150/5320-6G Airport Pavement Design and Evaluation, p.3-40, 2021.
- 19) 土木学会舗装工学委員会:2014年制定舗装標準示方書, p.52, 2015.
- 20) 赤塚雄三, 飯島尚:無筋コンクリート舗装の設計方法に関する調査研究—空港舗装に関する調査研究(第2報)ー, 港湾技研資料, No.50, p.39, 1968.